

Ich wünsche Ihnen ein Frohes Weihnachtsfest sowie ein
gesundes und erfolgreiches Jahr 2005.

Falls an den vielen freien Tagen Zeit bleibt, dem kann abgeholfen werden: Der
Beleg dient der Selbstkontrolle, Mitte Januar 2005 werde ich die Lösungen
ins Netz stellen.

Beleg Mathematik I

1. a) Bestimmen Sie die graphisch und rechnerisch den Gültigkeitsbereich
der Ungleichung

$$|x + 2| > \frac{1}{3}|x - 2| \quad !$$

- b) Für welche reellen Werte x gilt

$$\frac{3x + 2}{2x - 1} < 2 \quad ?$$

2. a) Vereinfachen Sie

$$z = \frac{(1 + 2i)(i - 1) + 1}{(3 + 2i)^2 - 2(2 + i)} \quad !$$

- b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $z^3 + 8i = 0$!

3. Lösen Sie die Matrixgleichung $AX + 2B = A^T - 2X$ mit

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad !$$

4. Gegeben ist das Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcl} x + 3y + (a - 1)z & = & 0 \\ 2x + y + z & = & 0 \\ x + 2y + az & = & 0 \end{array}$$

Für welchen Wert a besitzt das System nichttriviale Lösungen?
Geben Sie für diesen Wert alle Lösungen an!

5. Zerlegen Sie die Kraft $\bar{F} = [11, 13, 14]^T$ in drei Komponenten parallel zu den Richtungen
 $\bar{a}_1 = [1, 3, 2]^T$, $\bar{a}_2 = [2, 1, 3]^T$ und $\bar{a}_3 = [3, 4, 1]^T$.
6. Durch die Punkte $P_1(3; 4; 5)$, $P_2(4; 5; 8)$ und $P_3(5; 3; 7)$ wird eine Ebene E festgelegt.
a) eine Parameterdarstellung der Ebene E !
b) den Flächeninhalt des Dreiecks $P_1P_2P_3$!
7. Gegeben ist die Ebene $E_1 : 3x - 2y + z = 5$.
a) Bestimmen Sie den Spiegelpunkt P' des Punktes $P(-4; 5; -1)$ bezüglich E_1 !
b) Ermitteln Sie die Gleichung der Ebene E_2 , die parallel zu E_1 verläuft und den Punkt $R(2; 3; 4)$ enthält.