Prof. Dr. Volker Kaibel Otto-von-Guericke U MD
Sommersemester 2014

Algebraische Methoden der Diskreten Optimierung

1. Übungsblatt

Besprechung: Donnerstag, 24. April

Aufgabe 1
Zeigen Sie, dass reguläre n-Ecke die Lösungsmengen zweier Polynomungleichungen sind.

Aufgabe 2
Beweisen Sie Bem. 1.2 aus der Vorlesung: Jedes univariate nicht-negative Polynom kann man sogar als Summe zweier Quadrate schreiben. Hinweis: Schauen Sie sich den Beweis von Satz 1.1 an und überlegen Sie, wie man (in kommutativen Ringen) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$ als Summe zweier Quadrate schreiben kann.)

Aufgabe 3
Beweisen Sie Lemma 2.4 aus der Vorlesung: Für jedes Ideal $\mathcal{I} \subseteq \mathbb{R}[\mathbf{x}]$ gelten:

1. $\mathcal{I}$ ist genau dann radikal, wenn für alle $f \in \mathbb{R}[\mathbf{x}]$ folgende Implikation gilt:

$$f^2 \in \mathcal{I} \Rightarrow f \in \mathcal{I}$$

2. $\mathcal{I}$ ist genau dann reell radikal, wenn für alle $p_1, \ldots, p_m \in \mathbb{R}[\mathbf{x}]$ folgende Implikation gilt:

$$\sum_{j=1}^{m} p_j^2 \in \mathcal{I} \Rightarrow p_1, \ldots, p_m \in \mathcal{I}$$

Aufgabe 4
Formulieren Sie das Problem, zu entscheiden, ob ein multivariates Polynom Summe von Quadraten ist, als ein semidefinites Zulässigkeitsproblem (und beweisen Sie damit Satz 1.4 aus der Vorlesung).