VL 1 (5.4.16)

MODELLIERUNG 1
(V. KAIBEL, OVGU MD)

[1]

Notation

- $[n] := \{1,2,\dots,n\}$, $[n]_0 := \{0,1,2,\dots,n\}$
- $\mathbb{N} := \{0,1,2,\dots\}$, $\mathbb{R}_+ := \{t\in\mathbb{R} : t\geq 0\}$
- Für $a,b\in\mathbb{R}^n$: $a\le b :\Leftrightarrow a_i\le b_i \quad \forall i\in[n]$

Insbesondere: $Ax\le b$ heißt

$$\underbrace{\langle A_{i,*}, x\rangle}_{= \sum_{j=1}^{n} A_{ij} x_j} \le b_i \quad \forall i\in[m]$$

"Nebenbedingungen" / "constraints"

Weitere Formulierungsmöglichkeiten

- "$\geq$" oder "$=$" in manchen Nebenbedingungen

$$\left[\begin{array}{l} \alpha \geq \beta \iff -\alpha \leq -\beta \\ \alpha = \beta \iff \alpha \leq \beta \text{ und } \alpha \geq \beta \end{array}\right]$$

- "min" statt "max"

$$\left[\min\{\langle c,x\rangle : x \in X\} = -\max\{\langle -c,x\rangle : x \in X\}\right]$$

Schreibweise

$$\begin{aligned} \max\ & \langle c,x\rangle \qquad (\text{oder auch: } c^T x) \\ \text{s.t. }\ & Ax \leq b \\ & x_i \in \mathbb{Z} \quad \forall i \in I \end{aligned}$$

"subject to"

Existenz von Optimallösungen

- Muss nicht existieren
- Falls $\sup\{\langle c, x\rangle : x \in X\} = +\infty$ (Maximierung)
  $\inf\{\langle c, x\rangle : x \in X\} = -\infty$ (Minimierung)

  "Problem unbeschränkt"
- Falls $X = \emptyset$: "Problem unzulösbar"

[1]

↓ [2]

Modellierung als LP

Variablen:

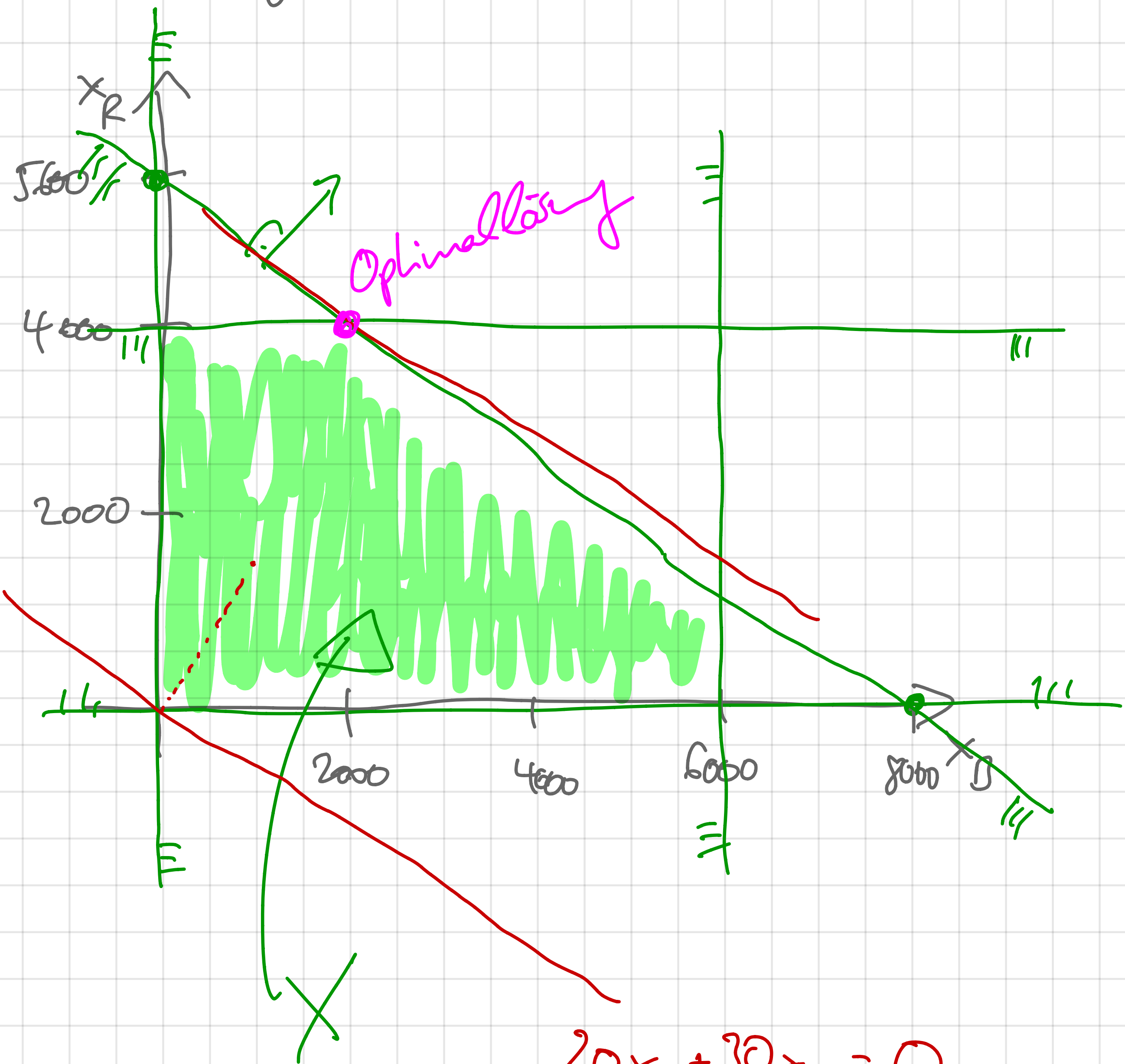
$x_B, x_R \in \mathbb{R}$: Mengen (in Tonnen) an Bändern bzw. Rollen, die produziert werden sollen.

Lineares Optimierungsproblem

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 20 \cdot x_B + 30 x_R \\
\text{s.t.} \quad & \frac{1}{200} x_B + \frac{1}{140} x_R \le 40 \\
& x_B \le 6000 \\
& x_R \le 4000 \\
& x_B \ge 0 \\
& x_R \ge 0
\end{aligned}
$$

↑ [2]

[3] Graphisches Lösungsverfahren für obiges Modell



$20x_B + 30x_R = 0$