VL 8 (31.5.16)

MODELLIERUNG 1
(V. KAIBEL, OVGU MD)

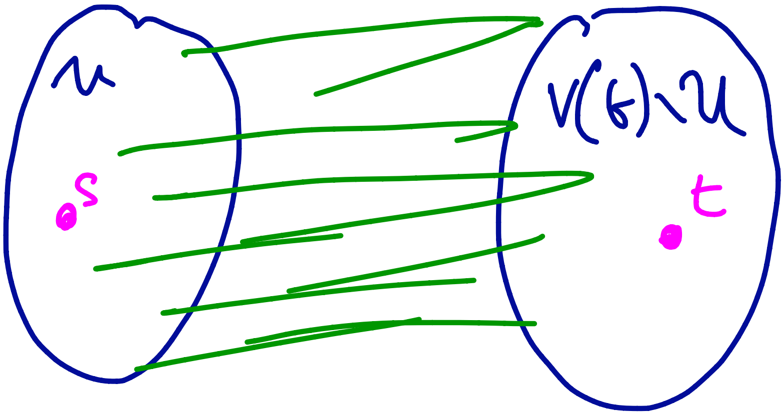
Zusätzliche VL

MONTAG, 6. Juni

15:15 – 16:45

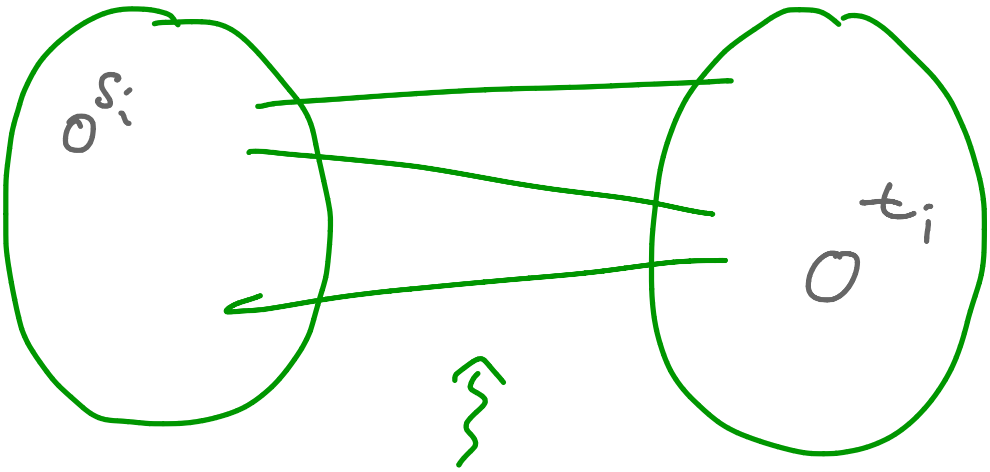
$\boxed{\text{G02-311}}$

[45] G Graph (ungerichtet)



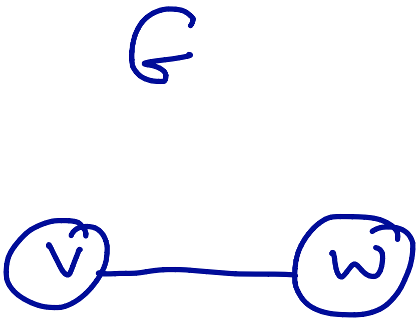
$\delta(U) = \delta(V(G) \setminus U)$

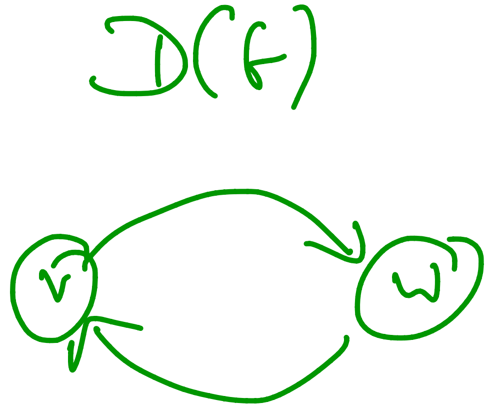
$(V(G), F)$ ausfallsicher :



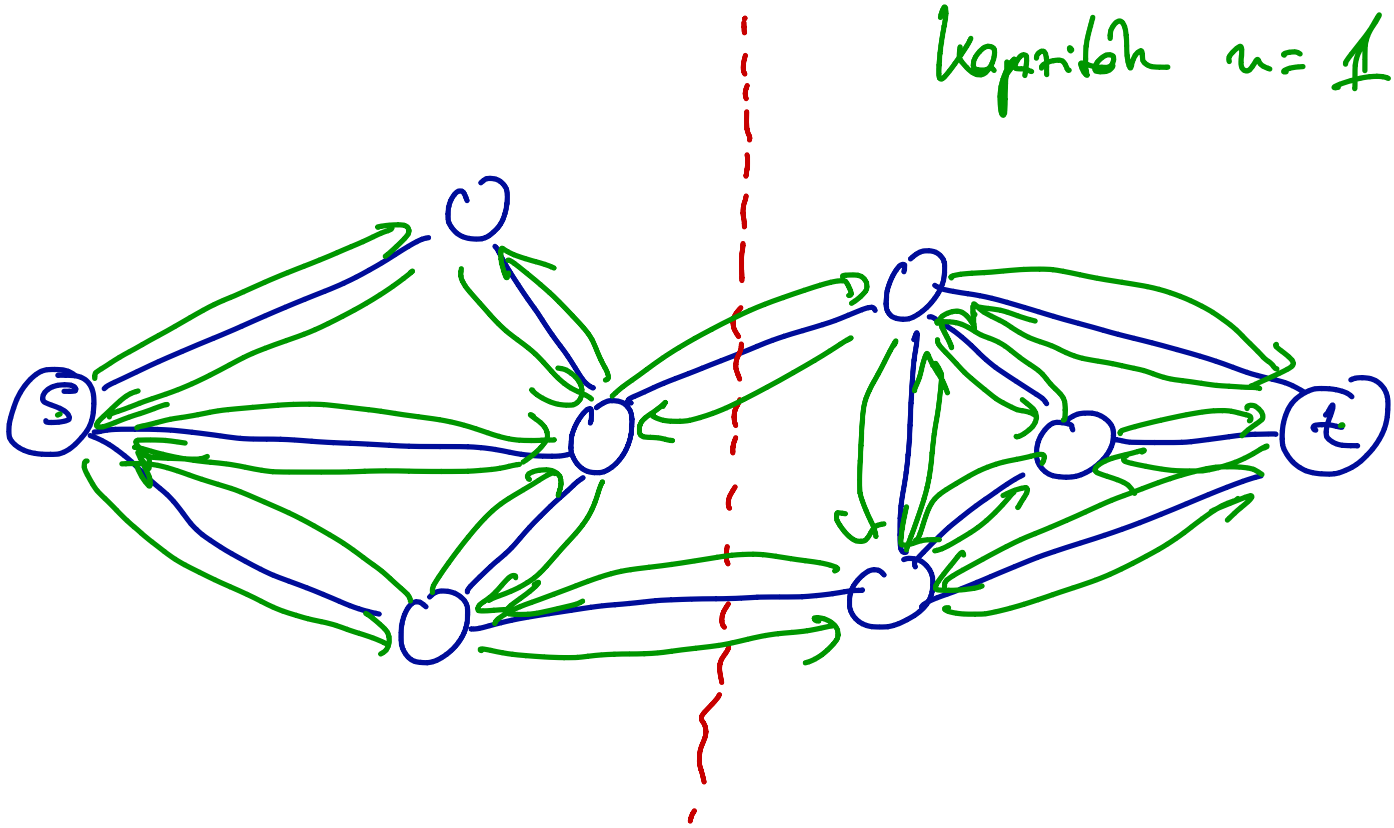
$\leq \alpha_i$ Kanten $\lightning$

[46]



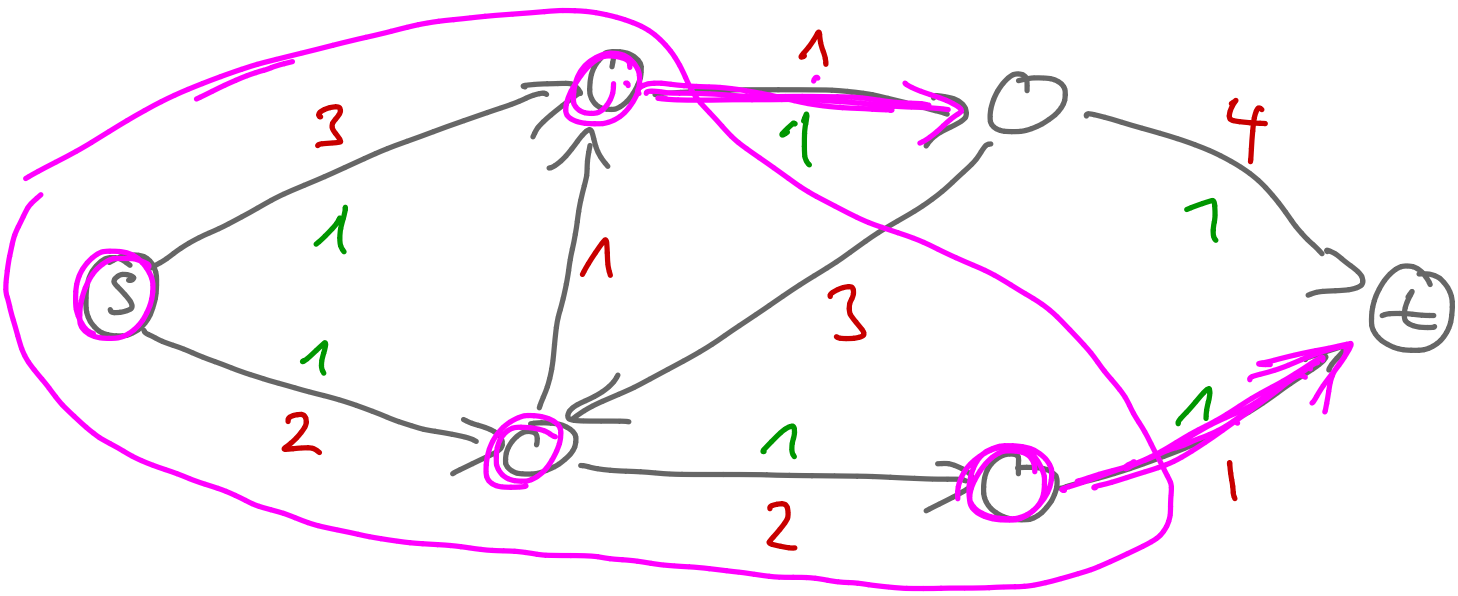


Kapazität $u = \mathbb{1}$



[47]

u



Flusswert 2

$S: \quad u\left(\delta^{aus}(S)\right) = 2$

$s \in S$, $t \notin S$

Beweis von Satz 6 mittels Satz 7

Sei G ein Graph, $s,t \in V(G)$ $(s \neq t)$ und $u := \mathbb{1} \in \mathbb{R}^{A(D(G))}$. Ist $\delta(S)$ mit $S \subseteq V(G)$, $s \in S$, $t \notin S$, ein s-t-Schnitt in G, so ist $\delta^{aus}(S)$ ein s-t-Schnitt in $D(G)$ mit

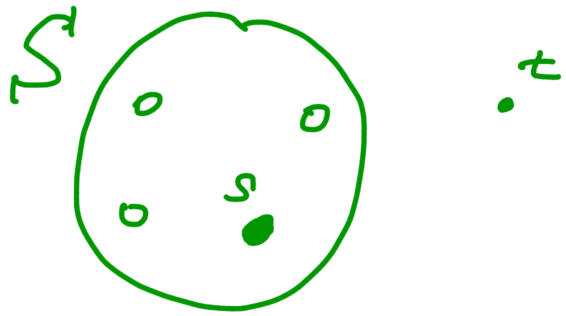
$u(\delta^{aus}(S)) = |\delta(S)|$. Also ist die minimale Kardinalität τ eines s-t-Schnitts in G mindestens so groß wie die minimale u-Kapazität κ eines s-t-Schnitts in $D(G)$. Ist umgekehrt $\delta^{aus}(S')$ mit $S' \subseteq V(G)$, $s \in S'$, $t \notin S'$, ein s-t-Schnitt in $D(G)$, so ist $\delta(S')$ ein s-t-Schnitt in G mit $|\delta(S')| = u(\delta^{aus}(S'))$. Also ist auch $\kappa \geq \tau$. Daher ist also $\tau = \kappa$.

Beweis von Satz 7

Sei D ein Digraph, $u \in \mathbb{R}_+^{A(D)}$ und $s, t \in V(D)$ (mit $s \neq t$). Sei μ der maximale Wert eines s-t-Flusses im Netzwerk und κ die minimale u-Kapazität eines s-t-Schnitts.

Wir zeigen $\mu \leq \kappa$:
(„schwache Dualität von Flüssen und Schnitten")

Sind $f \in \mathbb{R}_+^{A(D)}$ irgendein s-t-Fluss und $\delta^{aus}(S') \subseteq A(D)$ mit $S' \subseteq V(D)$, $s \in S'$, $t \notin S'$, irgendein s-t-Schnitt im Netzwerk, so gilt:



$$\nu := \sum_{a \in \delta^{aus}(s)} f_a - \sum_{a \in \delta^{ein}(s)} f_a$$

$$= \sum_{a \in \delta^{aus}(S')} \underset{\leq u_a}{f_a} - \sum_{a \in \delta^{ein}(S')} \underset{\geq 0}{f_a}$$

$$\leq \sum_{a \in \delta^{aus}(S')} u_a = u(\delta^{aus}(S'))$$

$$\left[\sum_{v \in S'} \left(\sum_{a \in \delta^{aus}(v)} f_a - \sum_{a \in \delta^{ein}(v)} f_a \right) = \nu \right]$$

Flusserhaltung