Kapitel 1

Worum es geht

Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierung
=
Mixed Integer Linear Optimization
=
Mixed Integer Linear Programming (**MILP**)

Eingabe:

$$A \in \mathbb{Q}^{m \times n}, b \in \mathbb{Q}^m, c \in \mathbb{Q}^n, I \subseteq [n]$$

Zulässige Lösungen:

$$X := \{x \in \mathbb{R}^n \ : \ Ax \leq b, x_i \in \mathbb{Z} \text{ für alle } i \in I\}$$

Aufgabe: Finde *Optimallösung* $x^{\text{opt}} \in X$ mit

$$\langle c, x^{\text{opt}} \rangle = \max\{\langle c, x \rangle \ : \ x \in X\}$$

[1]

$I = \varnothing$:

Lineare Optimierung
=
Linear Programming (**LP**)

$I = [n]$:

Ganzzahlige Lineare Optimierung
=
Linear Integer Programming (**ILP**)

1.1 Beispiel: Produktionsplanung

Situation:

- Firma produziert zwei Arten von Stahlprodukten aus Rohstahl:
  - Bänder
  - Rollen
- Ziel: Planung der Produktion für die nächste Woche (40 Stunden), wobei Bänder und Rollen nicht gleichzeitig produziert werden können.
- Produktionskapazitäten (Tonnen pro Stunde):
  - Bänder: 200
  - Rollen: 140
- Profit (Euro pro Tonnen):
  - Bänder: 20
  - Rollen: 30
- Obere Schranken an den Absatz (Tonnen):
  - Bänder: 6000
  - Rollen: 4000

Grundprinzipien der Modellierung in der Optimierung:

- Definiere **Variablen**, welche die zu bestimmenden Größen beschreiben und es erlauben, die zu optimierende Größe als geeignete (bei uns in der Regel: lineare) Funktion von ihnen auszudrücken.
- Formuliere für die in Betracht kommenden Lösungen des Problems gültige **Bedingungen** (bei uns in der Regel: lineare Ungleichungen/Gleichungen und Ganzzahligkeitsbedingungen), so dass jede die Bedingungen erfüllende Variablenbelegung zu einer in Betracht kommenden Lösung des Problems gehört.
- (Mache das so, dass das Modell mittels geeigneter Verfahren in vertretbarer Zeit gelöst werden kann!)

Nomenklatur zu Optimierungsmodellen:

Zielfunktion: Zu optimierende Funktion

Zulässige Lösungen: Variablenvektoren, welche alle Bedingungen erfüllen

Optimallösung: Bezüglich Zielfunktion optimale zulässige Lösung

Modell lösen: Eine Optimallösung bestimmen.

Modellierung in AMPL (Datei `myprod0.mod`)

```
var XB;
var XR;
maximize Profit: 20 * XB + 30 * XR;
subject to Zeit: (1/200) * XB + (1/140) * XR <= 40;
subject to B_Grenzen: 0 <= XB <= 6000;
subject to R_Grenzen: 0 <= XR <= 4000;
```

Lösen in AMPL

```
ampl: model myprod0.mod;
ampl: solve;
MINOS 5.51: optimal solution found.
2 iterations, objective 165714.2857
ampl: display XB;
XB = 2285.71
ampl: display XR;
XR = 4000
```

[4]