Definition. *Sei G ein Graph.*

- *Eine Knotenmenge $S \subseteq \mathrm{V}(G)$ heißt eine **stabile Menge** in G, wenn $\mathrm{E}_G(S) = \varnothing$ ist.*
- *Eine Knotenmenge $K \subseteq \mathrm{V}(G)$ heißt eine **Clique** in G, wenn $\mathrm{E}_G(K) = \binom{K}{2}$ gilt.*

[21]

Definition. *Ein Graph heißt **bipartit**, wenn es eine Partitionierung seiner Knotenmenge in zwei stabile Mengen gibt.*

[22]

Satz 3. *Ein Graph ist genau dann bipartit, wenn er keinen Kreis ungerader Länge enthält.*

(Beweis: Übungen)

Definition. *Die **Inzidenzmatrix** eines Graphen G ist die Matrix $\mathrm{Inz}(G) \in \{0,1\}^{\mathrm{V}(G)\times\mathrm{E}(G)}$ mit*

$$\mathrm{Inz}(G)_{v,e} = \begin{cases} 1 & \textit{falls } v \in e \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}.$$

[23]

Satz 4. *Der Rang der Inzidenzmatrix eines Graphen G ist $|\mathrm{V}(G)|$ minus der Anzahl der bipartiten Komponenten von G.*

[24]

Definition. *Eine Teilmenge $M \subseteq \mathrm{E}(G)$ heißt ein **Matching** (oder auch eine **Paarung**) im Graphen G, wenn $e \cap e' = \varnothing$ für alle $e, e' \in M$ mit $e \neq e'$ gilt; ein Matching M heißt **perfekt**, wenn $|M| = \frac{1}{2}|\mathrm{V}(G)|$ gilt (d.h., wenn jeder Knoten in einer Kante des Matchings enthalten ist).*

[25]

Definition. *Sei A eine endliche Menge. Der **charakteristische Vektor** (oder auch: **Inzidenzvektor**) einer Teilmenge $B \subseteq A$ ist der 0/1-Vektor $\chi(B) \in \{0,1\}^A$ mit*

$$\chi(B)_a = \begin{cases} 1 & \text{falls } a \in B \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

[26]

Bemerkung. *Für jeden Graphen G gelten:*

- $\{\chi(M) : M \text{ Matching in } G\} = \{x \in \{0,1\}^{\mathrm{E}(G)} : \mathrm{Inz}(G)x \leq \mathbb{1}\}$
- $\{\chi(M) : M \text{ perfektes Matching in } G\} = \{x \in \{0,1\}^{\mathrm{E}(G)} : \mathrm{Inz}(G)x = \mathbb{1}\}$

[27]