$\boxed{\text{MQD } 3.4. \ [1]}$

$\downarrow$ [1]

- $[n] := \{1,2,\dots,n\}$, $[n]_0 := \{0,1,2,\dots,n\}$
- $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,\dots\}$, $\mathbb{R}_+ := \{t \in \mathbb{R} : t \geq 0\}$ etc.
- Für $a, b \in \mathbb{R}^m$: $a \leq b :\Leftrightarrow a_i \leq b_i \ \forall i \in [m]$

Insbesondere heißt $Ax \leq b$:

$$\langle A_{i,*}, x \rangle \leq b_i \qquad \forall i \in [m]$$

i-te Zeile von A

$$y^T x = \langle y, x \rangle = \sum_{j=1}^{n} y_j x_j$$

"kanonische"/"Euklidische" Skalarprodukt

D.h. $Ax \leq b \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{n} A_{ij} \cdot x_j \leq b_i \ \forall i \in [m]$

("Nebenbedingungen" = "constraints")

Weitere Formulierungsmöglichkeiten

- "$\geq$" oder "=" in manchen Nebenbedingungen

$$\left[\alpha \geq \beta \Leftrightarrow -\alpha \leq -\beta,\ \alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha \leq \beta, \alpha \geq \beta\right]$$

- "min" statt "max"

$$\left[\min\{\langle c, x\rangle : x \in X\} = -\max\{\langle -c, x\rangle : x \in X\}\right]$$

Schreibweise

$$\begin{aligned} \max\ & \langle c, x\rangle \\ \text{s.t.}\ & Ax \leq b \\ & x_i \in \mathbb{Z} \quad (i \in I) \end{aligned}$$

"subject to"

Existenz einer Optimallösung

- Muss nicht existieren
- Falls $\sup\{\langle c, x\rangle : x \in X\} = \infty$ (Maximierung)
  bzw. $\inf\{\langle c, x\rangle : x \in X\} = -\infty$ (Minimierung)

  "Problem unbeschränkt"

- Falls $X = \emptyset$: "Problem unzulässig"

[1]

[2]

Modellierung als LP

<u>Variablen:</u> $x_B, x_R \in \mathbb{R}$: Mengen (in Tonnen) an Bändern bzw. Rollen, die produziert werden sollen.

<u>Lineares Optimierungsproblem (LP)</u>

$$\max \quad 20\, x_B + 30\, x_R$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{1}{200} \cdot x_B + \frac{1}{140} x_R \leq 40$$

$$0 \leq x_B \leq 6000$$

$$0 \leq x_R \leq 4000$$

(Produktion einer Tonne Bänder bzw. Rollen benötigt $\frac{1}{200}$ bzw. $\frac{1}{140}$ Stunden.)

[2]

[3]

Graphisches Lösungsverfahren für das obige Modell