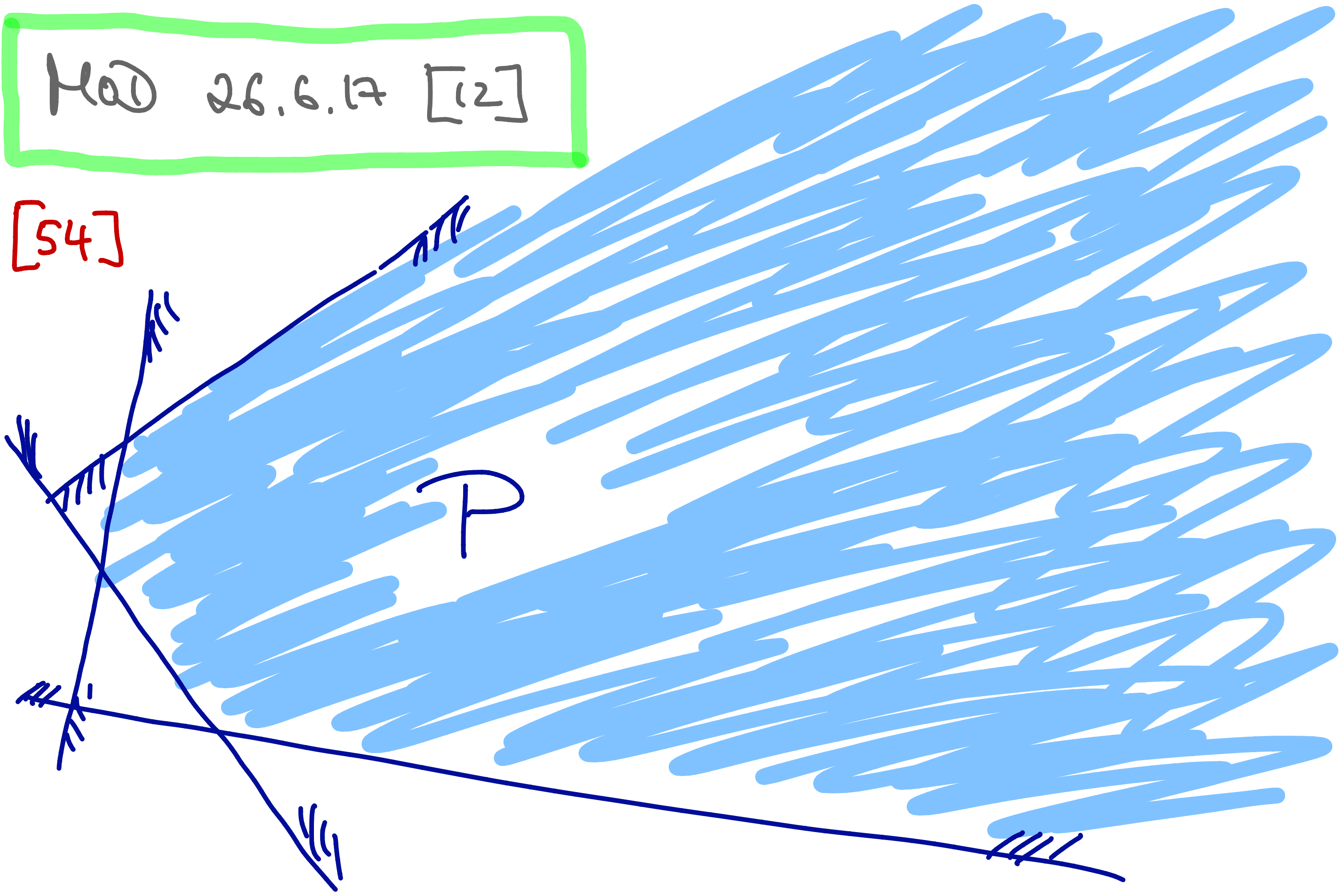
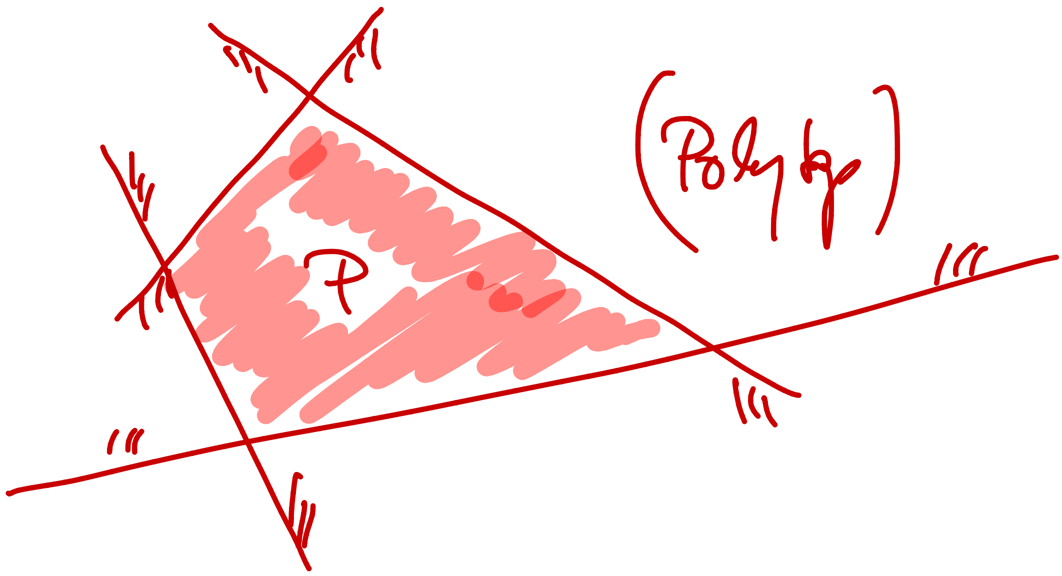
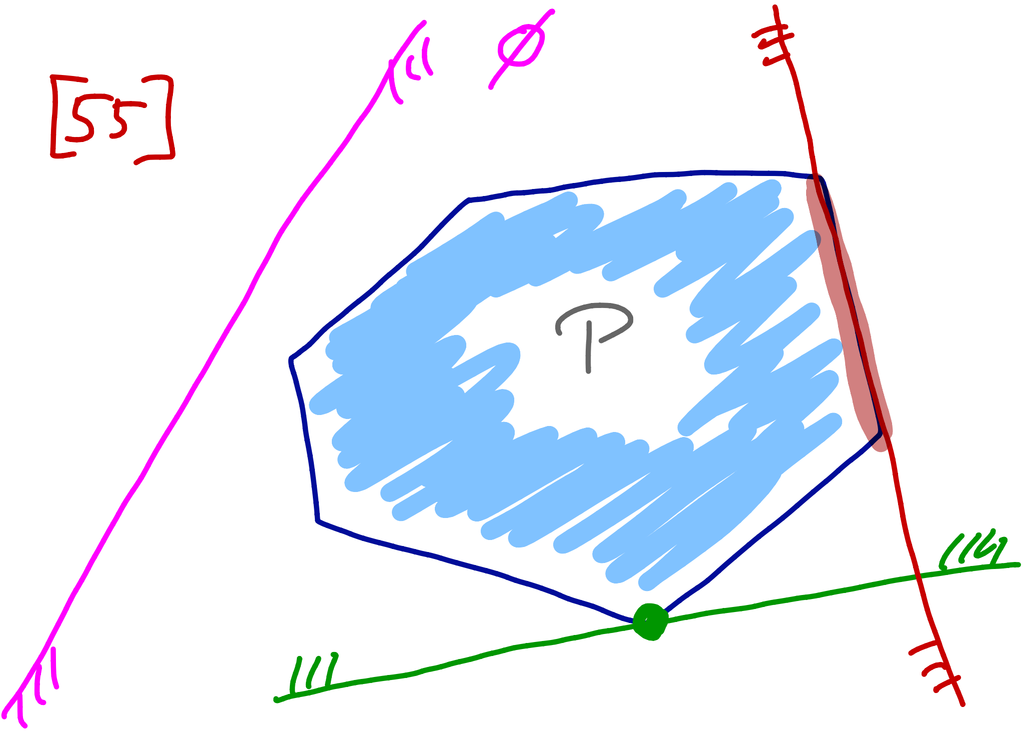
MoD 26.6.17 [12]

[54]

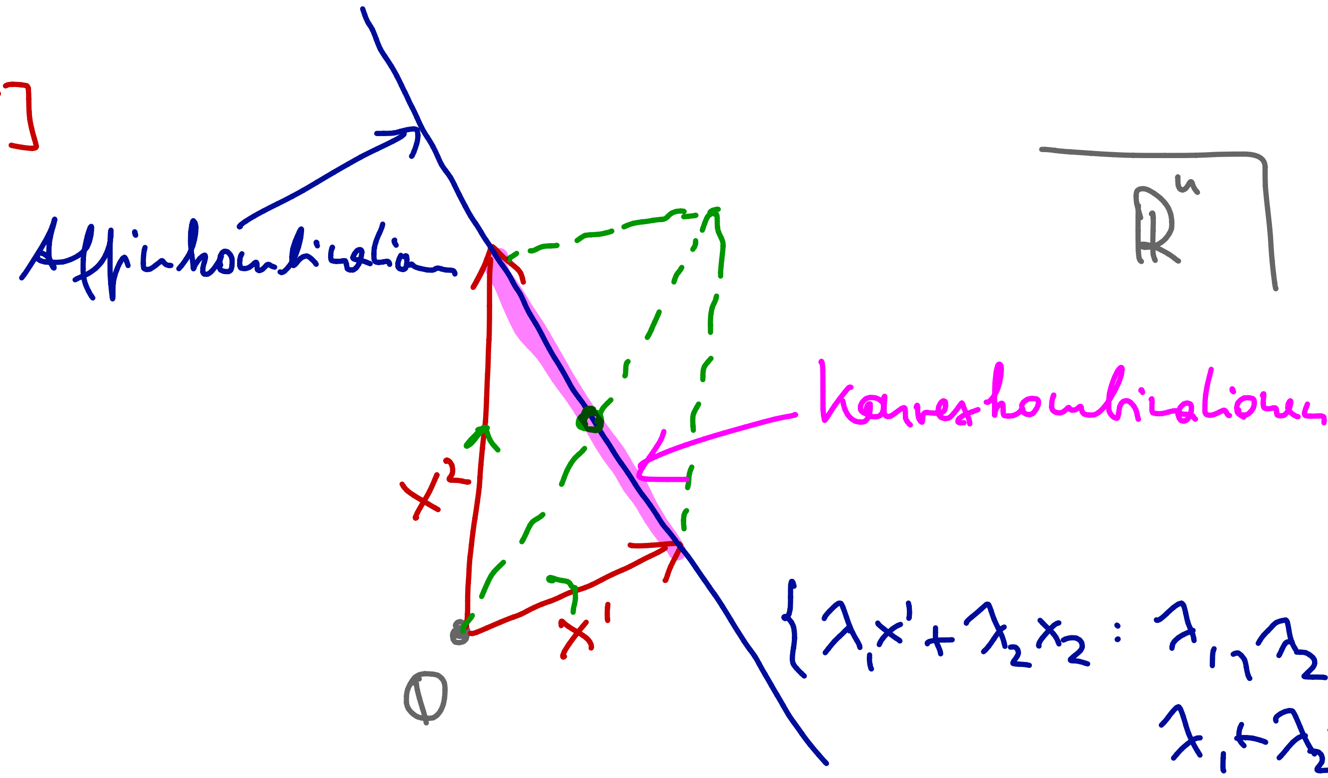




[55]

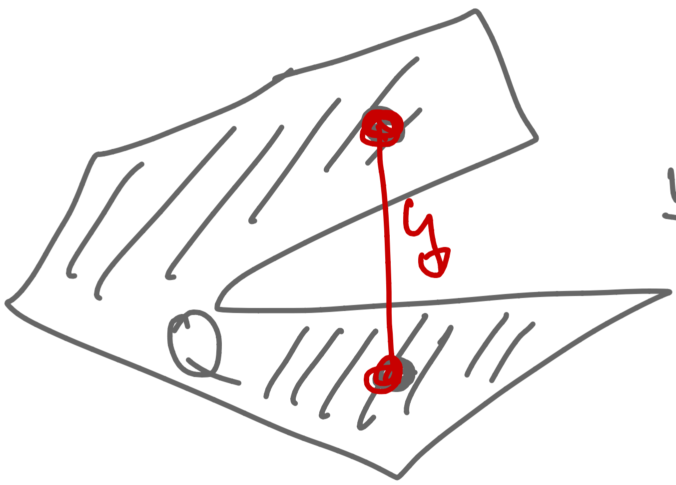


[56]



$\mathbb{R}^n$

$$\{\lambda_1 x^1 + \lambda_2 x_2 : \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R},\ \lambda_1 + \lambda_2 = 1\}$$



nicht konvex

Polyeder sind konvex, denn:

$$Ax^1 \leq b, \quad Ax^2 \leq b, \quad \lambda_1, \lambda_2 \geq 0, \quad \lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

$$\Rightarrow A \cdot (\lambda_1 x^1 + \lambda_2 x^2)$$

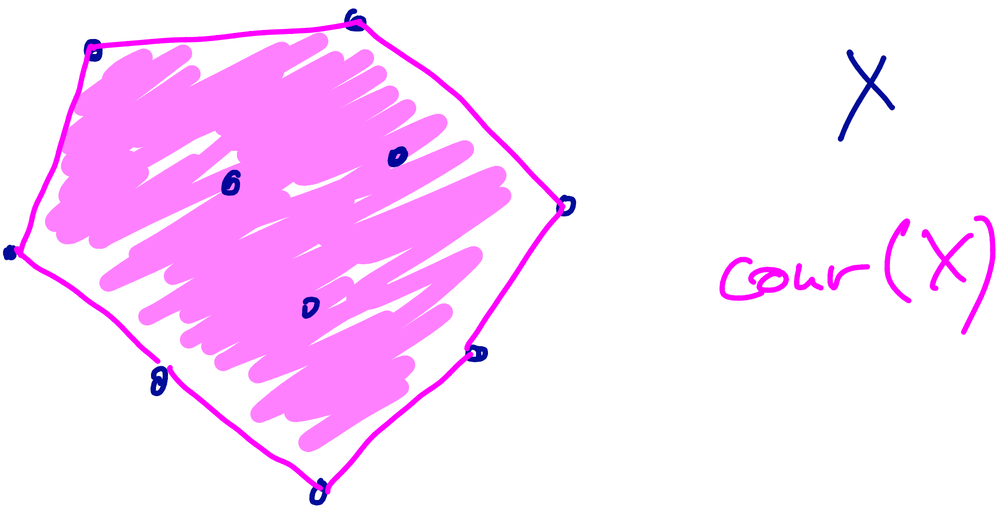
$$= \underbrace{\underbrace{\lambda_1}_{\geq 0} \cdot \underbrace{Ax^1}_{\leq b}}_{\leq \lambda_1 b} + \underbrace{\underbrace{\lambda_2}_{\geq 0} \cdot \underbrace{Ax^2}_{\leq b}}_{\leq \lambda_2 b}$$

$$\leq \lambda_1 b + \lambda_2 b$$

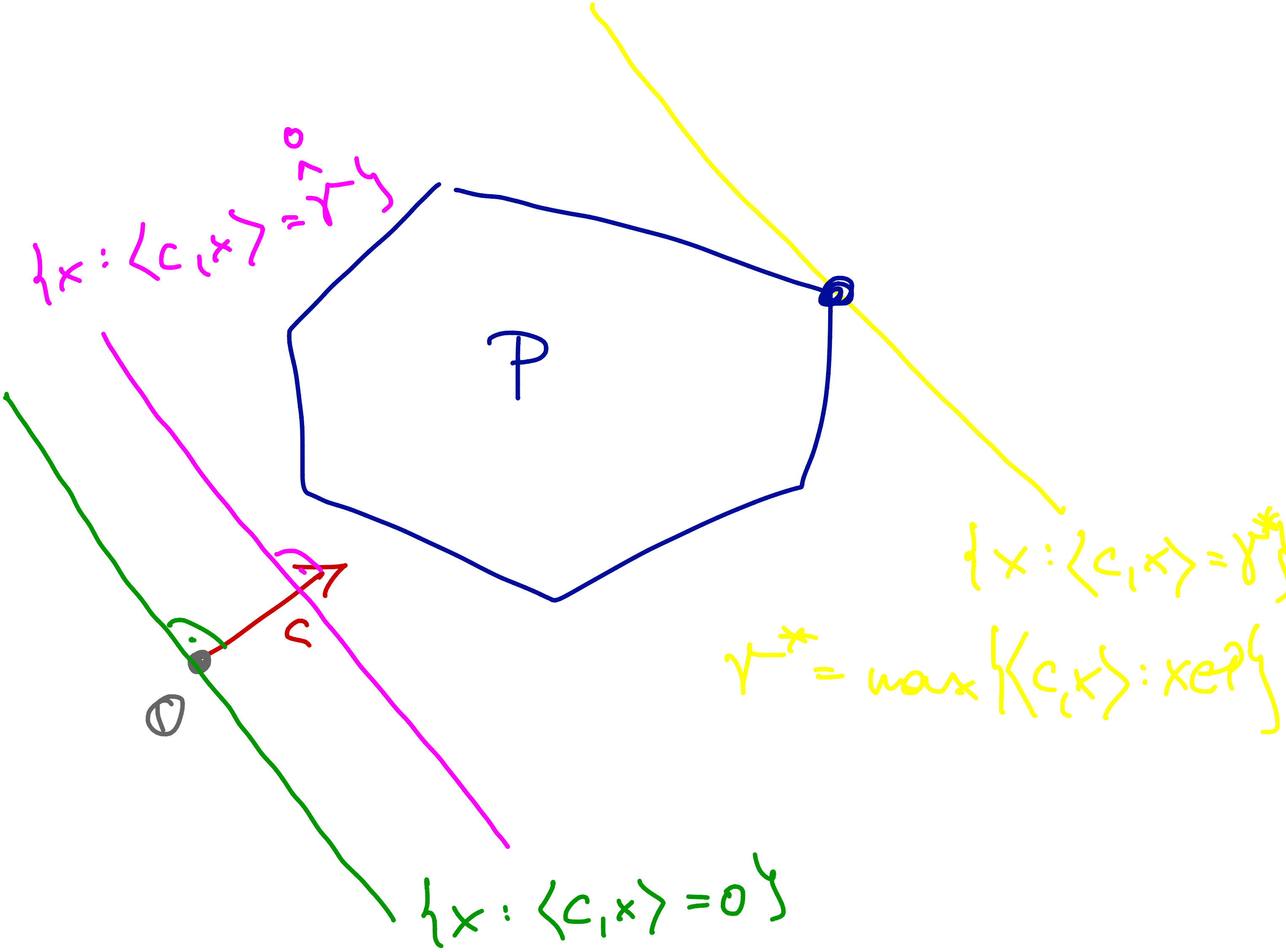
$$= \underbrace{(\lambda_1 + \lambda_2)}_{1} b$$

$$= b$$

[57]



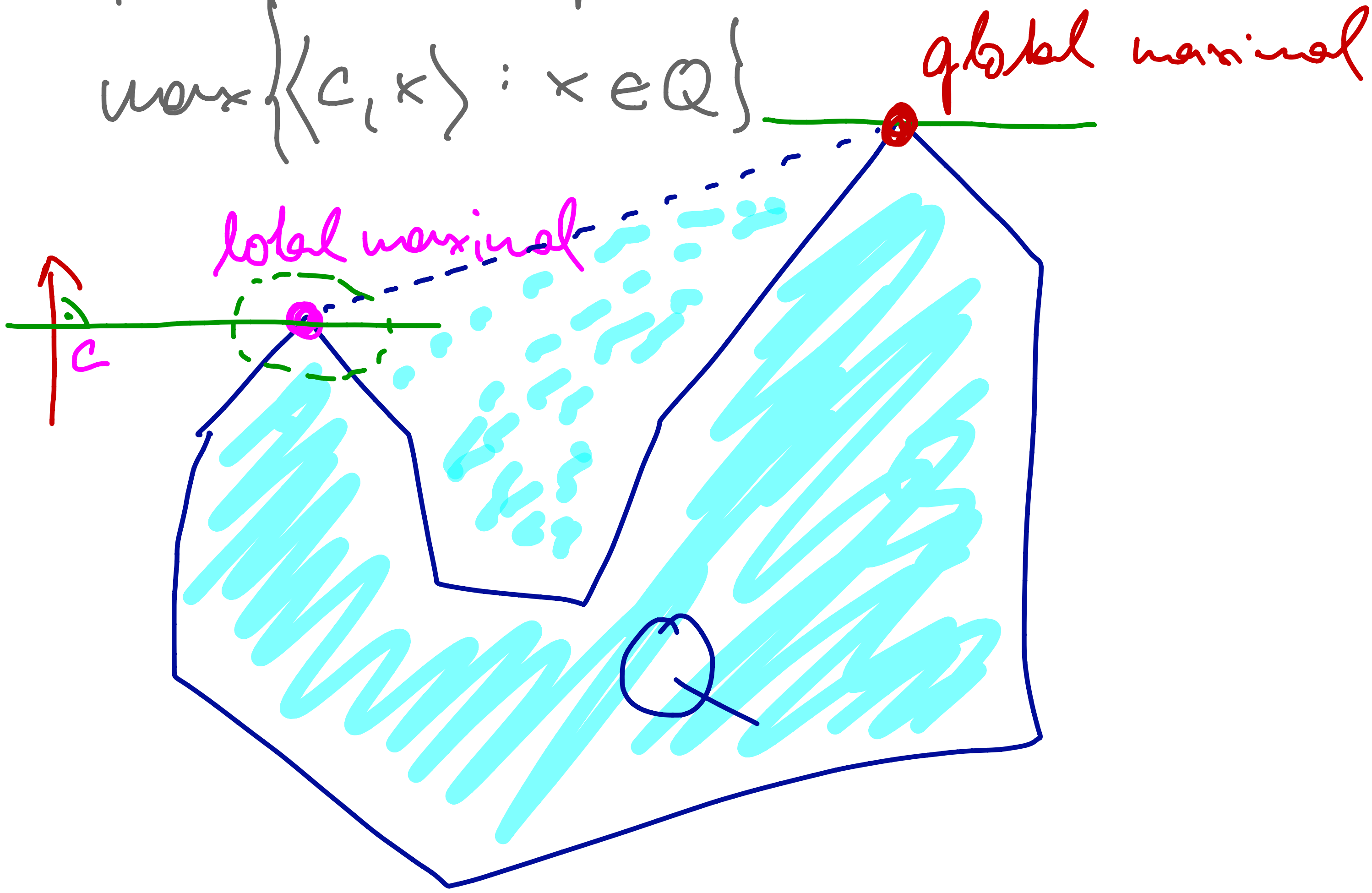
X
$\mathrm{conv}(X)$



$\{x : \langle c, x\rangle = \gamma\}$
P
c
0
$\{x : \langle c, x\rangle = \gamma^*\}$
$\gamma^* = \max\{\langle c, x\rangle : x \in P\}$
$\{x : \langle c, x\rangle = 0\}$

Konvexität ist wichtig, um bei linearen Zielfunktion von lokaler auf globale Optimalität schließen zu können:

$$\max\{\langle c, x\rangle : x \in Q\}$$



[60] Beispiel für Simplex-Algorithmus mit Tableau

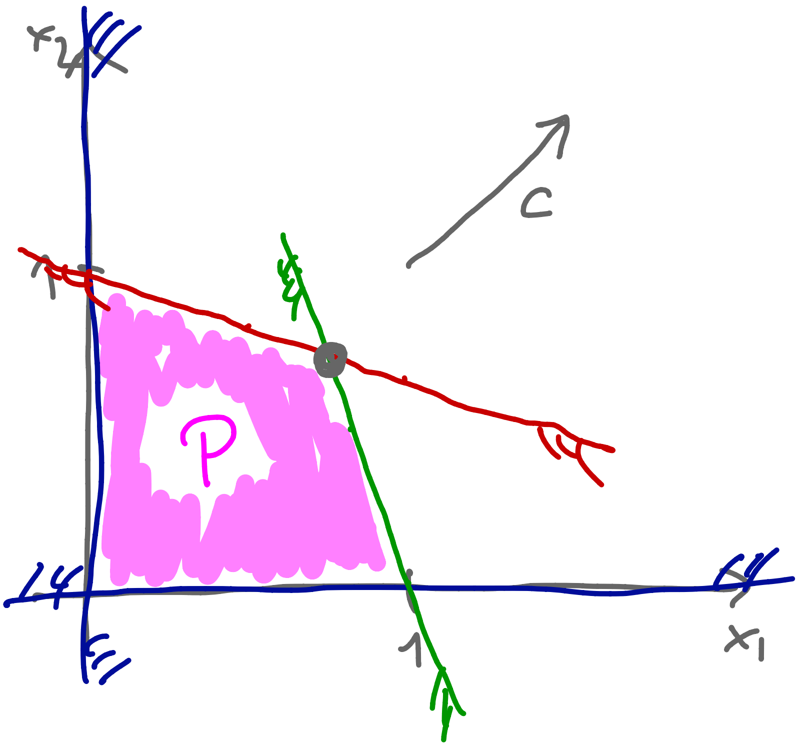
$$\max \; 1\cdot x_1 + 1\cdot x_2$$

$$\text{s.t.} \quad 1\cdot x_1 + 3\cdot x_2 \le 3$$

$$3\cdot x_1 + 1\cdot x_2 \le 3$$

$$x_1 \ge 0$$

$$x_2 \ge 0$$



Umformulierung in "Standard-Form":

$$\max \; \xi$$

$$\boxed{\begin{aligned} \text{s.t.} \quad x_1 + x_2 &= \xi \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 3 \\ 3x_1 + x_2 + x_4 &= 3 \\ x_1, x_2, \underline{x_3}, \underline{x_4} &\ge 0 \end{aligned}}$$

Schlupf-Variablen

$$\Longleftrightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} x_3 &= 3 - x_1 - 3x_2 \\ x_4 &= 3 - 3x_1 - x_2 \\ \xi &= \phantom{3 - {}} x_1 + x_2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}}$$

Tableau (1): Darstellung der "Basis-Variablen" x_3, x_4 und der Zielfunktions-variablen ξ als affine Funktionen der Nicht-Basis-Variablen x_1, x_2

Aufgabe: Wähle nicht-negative Belegungen der Nicht-Basis-Variablen x_1, x_2, so dass $x_3, x_4 \geq 0$ und ξ möglichst groß.