MOD 4.7.17 [14]

Einschub: Modell für Tourenplanung, wenn Kunden von mehreren LKW bedient werden dürfen. (Notation: siehe Foto)

Variablen:

$x_a^{(i)} \in \{0,1\}$: "LKW i benutzt Bogen a"

$1 \le y_v^{(i)} \le n-1$: "Positionsvariablen für LKW i"

$z_{vi} \in \{0,1\}$: "$=1 \Leftrightarrow$ LKW i fährt zu Kunde v"

$0 \le q_{vi} \le \max\{b_v, k_i\}$: "Menge, die LKW i an Kunde v liefert"

$A := A(D)$, $V := V(D)$

$$\min \sum_{a \in A} c_a \sum_{i=1}^{t} x_a^{(i)}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{a \in \delta^{\text{rein}}(v)} x_a^{(i)} = z_{vi} \qquad \forall i \in [t] \; \forall v \in V \setminus \{1\}$$

$$\sum_{a \in \delta^{\text{raus}}(v)} x_a^{(i)} = z_{vi} \qquad \forall i \in [t] \; \forall v \in V \setminus \{1\}$$

$$\sum_{a \in \delta^{\text{raus}}(1)} x_a^{(i)} \leq 1 \qquad \forall i \in [t]$$

$$n \cdot x_{vw}^{(i)} - \left(y_w^{(i)} - y_v^{(i)} \right) \leq n-1 \qquad \forall i \in [t] \; \forall \underset{v,w \neq 1}{vw \in A:}$$

$$\sum_{v \in V \setminus \{1\}} q_{vi} \leq k_i \qquad \forall i \in [t]$$

$$\sum_{i \in [t]} q_{vi} = b_v \qquad \forall v \in V \setminus \{1\}$$

$$q_{vi} \leq \min\{b_v, k_i\} \cdot z_{vi} \qquad \forall v \in V \setminus \{1\} \; \forall i \in [t]$$

$$\left(\sum_{i=1}^{t} z_{vi} \leq \text{Schranke an Anzahl LKW, von denen } v \text{ beliefert wird} \qquad \forall v \in V \setminus \{1\} \right)$$

$$x_a^i \in \{0,1\} \;\; \forall a \; \forall i, \quad 1 \leq y_v^i \leq n-1 \;\; \forall i \; \forall v, \quad q_{vi} \geq 0 \;\; \forall v \; \forall i$$

$$z_{vi} \in \{0,1\} \;\; \forall v \; \forall i$$

Bemerkungen zum Branch-and-Bound Verfahren

- Falls $\xi^* \leq \omega$, so hat (Π) keine bessere Lösung als die schon gefundene x^{best}.

- Falls der Algorithmus terminiert, so ist x^{best} eine Optimallösung von (*) (es sei denn, x^{best} ist undefiniert; in dem Fall hat (*) keine zulässige Lösung).

- Falls $\{x \in \mathbb{R} : Ax \leq b\}$ beschränkt ist, so terminiert der Algorithmus.

- Zu jedem Zeitpunkt gilt für das Maximum ξ_{max} aller Optimalwerte von LP-Relaxierungen der gerade aktiven Subprobleme: Falls $\omega > 0$ ist, so gilt:

$$\omega \geq \frac{\omega}{\max\{\omega, \xi_{max}\}} \cdot OPT$$

(wobei: OPT = Optimalwert von (*)).

Bsp.: $\omega = 95$, $\xi_{max} = 100$

$$\Longrightarrow \quad \omega \geq \frac{95}{100} \cdot OPT = 0.95 \cdot OPT$$