MOD 28.5.17 [8]

- $S := \{ v \in V(D) :$ Es gibt einen s-v-Weg in $R_f \}$

- $s \in S$ klar

- $t \notin S$, denn: Gäbe es einen s-t-Weg $P \subseteq \vec{A}_f \cup \overleftarrow{A}_f$, so seien

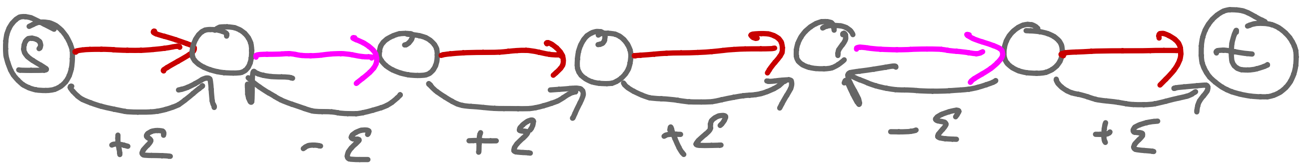
$$\vec{P} := P \cap \vec{A}_f, \quad \overleftarrow{P} := P \cap \overleftarrow{A}_f$$

und

$$\varepsilon := \min \{ u_{vw} - f_{vw} : (v,w) \in \vec{P} \} \cup \{ f_{vw} : (w,v) \in \overleftarrow{P} \}$$

Dann ist $\varepsilon > 0$, und erhöht bzw. verringert man f auf allen Bögen

(v,w) mit $(v,w) \in \vec{P}$ bzw. $(w,v) \in \overleftarrow{P}$
so erhält man einen s-t-Fluss $f' \in \mathbb{R}_+^{A(D)}$
mit $f' \leq u$ vom Wert $\mu + \varepsilon > \mu$
im Widerspruch dazu, dass μ der maximale Wert eines s-t-Flusses ist.

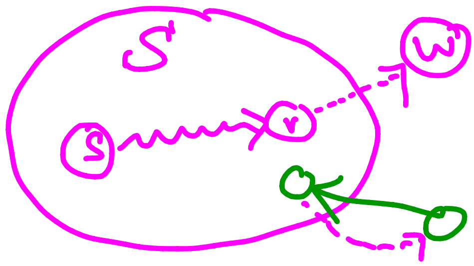


$\vec{P}$ $\overleftarrow{P}$ $A(D)$

- Also ist $\delta^{\text{aus}}(S)$ ein s-t-Schnitt mit

$$u(\delta^{\text{aus}}(S)) = \sum_{\substack{vw \in A(D): \\ v \in S,\, w \notin S}} \underbrace{u_{vw}}_{= f_{vw}}$$

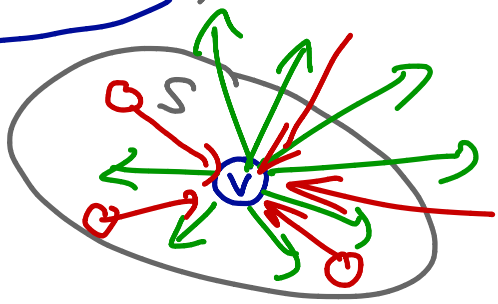
sonst $(v,w) \in \vec{A}_f$



$$= f(\delta^{\text{aus}}(S))$$

$$= f(\delta^{\text{aus}}(S)) - \underbrace{f(\delta^{\text{ein}}(S))}_{0}$$

$$= \sum_{v \in S} \Big(\underbrace{f(\delta^{aus}(v)) - f(\delta^{ein}(v))}_{= 0,\ \text{falls } v \notin \{s,t\}} \Big)$$



Flusserhaltung

$$= f(\delta^{aus}(s)) - f(\delta^{ein}(s))$$

$$= \mu$$

[47]

Modellierung des Ausfallsicherheitsproblems

Variablen:

- $x_e \in \{0,1\} \quad \forall e \in E(G)$

  (Bedeutung: $x = \chi(F)$)

- Für jedes $i \in [k]$: $y^i \in \mathbb{R}_+^{A(D(G))}$

  (Bedeutung: s_i-t_i-Fluss vom Wert $\alpha_i + 1$ im Netzwerk $D(G)$ mit Kapazitäten

  $$u_{vw} = \begin{cases} 1, & \text{falls } \{v,w\} \in F \\ 0, & \text{sonst} \end{cases};$$

  solch ein Fluss existiert nach Satz 6 genau dann, wenn F die Ausfallsicherheitsanforderungen von (s_i, t_i) erfüllt)

Gemischt-ganzzahliges lineares Optimierungsmodell (MILP)

Setze $V := V(G)$, $E := E(G)$, $A := A(D(G))$

$$\min \sum_{e \in E} c_e \cdot x_e$$

s.t.

$$y^i(\delta^{aus}(v)) - y^i(\delta^{ein}(v)) = 0 \quad \forall i \in [k]\ \forall v \neq s_i, t_i$$

$$y^i(\delta^{aus}(s_i)) - y^i(\delta^{ein}(s_i)) = \alpha_i + 1 \quad \forall i \in [k]$$

$$0 \leq y^i_{vw} \leq x_{\{v,w\}} \quad \forall i \in [k]\ \forall vw \in A$$

$$x_e \in \{0,1\} \quad \forall e \in E$$