Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
Institut für Mathematische Optimierung
Wintersemester 2012/2013
Prof. Volker Kaibel, Jun.-Prof. Gennadiy Averkov

# 6. Übung zur Vorlesung
# Komplexitätstheorie

*(Besprechung am 29.11.2012)*

### 1. Aufgabe

Offensichtlich existieren für jedes $x \in \{0,1\}^*$ Turingmaschinen $M_\alpha$ mit $\alpha \in \{0,1\}^*$, die auf der leeren Eingabe terminieren und dabei $x$ ausgeben. Für ein gegebenes $x$ sei $K(x)$ das Minimum von $|\alpha|$ unter allen solchen Turingmaschinen $M_\alpha$. Mit anderen Worten ist $K(x)$ die Größe der kleinsten Turingmaschine, die $x$ erzeugt. Zeigen Sie Folgendes:

(a) Die Funktion $K$ ist nicht berechenbar.

(b) Die Nicht-Entscheidbarkeit des Halteproblems folgt aus der Nicht-Berechenbarkeit von $K$.

### 2. Aufgabe

Beweisen Sie das Speicher-Hierarchie-Theorem: Für Speicher-konstruierbare Funktionen $f, g$ mit $f(n) = o(g(n))$ gilt $\mathsf{SPACE}(f(n)) \subsetneq \mathsf{SPACE}(g(n))$.

### 3. Aufgabe

Zeigen Sie, dass jede Funktion $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ in $n \in \mathbb{N}$ Variablen als boolscher Schaltkreis der Größe $O(2^n)$ realisierbar ist. Kann in der vorigen Aussage $O(2^n)$ durch $o(2^n)$ ersetzt werden?