



## 7. Übung zur Vorlesung KOMPLEXITÄTSTHEORIE

(Besprechung am 6.12.2012)

### 1. Aufgabe

Zeigen Sie, dass  $P_{\text{poly}} \setminus P$  entscheidbare Sprachen enthält.

### 2. Aufgabe

Zeigen Sie, dass für jedes Polynom  $p$  eine Sprache  $L \in PH \setminus \text{SIZE}(p(n))$  existiert.

**Hinweis:** Benutzen Sie das Nicht-Uniforme Hierarchie-Theorem.

### 3. Aufgabe

Boolesche Schaltkreise mit unbeschränktem fan-in sind Schaltkreise auf der Basis von Schaltelementen NOT, AND und OR, bei denen jedes AND- und OR-Element eine beliebige Anzahl an den Eingängen haben kann. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Es existiert eine Konstante  $a > 1$ , sodass für jedes genügend großes  $n \in \mathbb{N}$  ein boolesche Funktion  $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$  existiert, die nicht als Boolescher Schaltkreis mit unbeschränktem fan-in und der Größe  $\leq a^n$  realisierbar ist.
- (b) Es existiert eine Konstante  $b > 1$ , sodass für alle genügend großen  $n \in \mathbb{N}$  die Wahrscheinlichkeit  $p$ , dass eine zufällige, gleichmässig verteilte Funktion  $f$  aus  $\{0, 1\}^{\{0,1\}^n}$  als Schaltkreis mit unbeschränktem fan-in und der Größe  $\leq b^n$  realisierbar ist, die Ungleichung  $p \leq 2^{-2^{n-1}}$  erfüllt.

Wie groß können die Konstanten  $a$  und  $b$  gewählt werden?