



8. Übung zur Vorlesung KOMPLEXITÄTSTHEORIE

(Besprechung am 13.12.2012)

1. Aufgabe

Sei $c \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Die Berechnung des Produktes von zwei $n \times n$ Matrizen ($n \in \mathbb{N}$) mit Einträgen aus $\mathbb{Z}/2^k\mathbb{Z}$ für $k \in \mathbb{N}$ mit $2^k \leq n^c$ ist als NC-Schaltkreis realisierbar.
- (b) Die Berechnung der Potenz A^n einer $n \times n$ Matrix A mit Einträgen aus $\mathbb{Z}/2^k\mathbb{Z}$ für $k \in \mathbb{N}$ mit $2^k \leq n^c$ ist als NC-Schaltkreis realisierbar.

Bemerkung: Die Elemente von $\mathbb{Z}/2^k\mathbb{Z}$ werden als nichtnegative ganze Zahlen mit $\leq k$ Binärstellen kodiert.

2. Aufgabe

Beweisen Sie die Inklusion $NL \subseteq NC$.

Hinweis: Beweisen Sie, dass man mit Hilfe eines NC-Schaltkreises entscheiden kann, ob zwei Knoten eines gerichteten Graphen mit einem Pfad verbunden sind.

3. Aufgabe

Zeigen Sie, dass jede Sprache $L \subseteq \{0, 1\}^*$, für die ein Polynom p existiert mit $|L \cap \{0, 1\}^n| \leq p(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$, zu P_{poly} gehört.

4. Aufgabe

Zeigen Sie, dass für eine ganze Zahl a und natürliche Zahlen n, k (die in Binärdarstellung gegeben sind) der Wert $(a^n \bmod k) \in \{0, \dots, k-1\}$ in polynomialer Zeit berechenbar ist.