



## 9. Übung zur Vorlesung KOMPLEXITÄTSTHEORIE

(Besprechung am 20.12.2012)

### 1. Aufgabe

Leiten Sie die alternativen Definitionen von BPP und RP her:

- (a) Für eine Sprache  $L$  gilt  $L \in \text{BPP}$  genau dann, wenn eine TM  $M$  mit polynomialer Laufzeit und ein Polynom  $p$  existieren, sodass

$$\Pr(M(x, r) = L(x)) \geq \frac{2}{3} \quad \forall x \in \{0, 1\}^*,$$

wobei  $r \in_R \{0, 1\}^{p(|x|)}$  (gleichmässig verteilt).

- (b) Für eine Sprache  $L$  gilt  $L \in \text{RP}$  genau dann, wenn eine TM  $M$  mit polynomialer Laufzeit und ein Polynom  $p$  existieren, sodass für alle  $x \in \{0, 1\}^*$  Folgendes erfüllt ist:

$$\begin{aligned} x \in L & \implies \Pr(M(x, r) = L(x)) \geq \frac{2}{3}, \\ x \notin L & \implies \Pr(M(x, r) = L(x)) = 0, \end{aligned}$$

wobei  $r \in_R \{0, 1\}^{p(|x|)}$  (gleichmässig verteilt).

### 2. Aufgabe

Beweisen Sie die Inklusion  $\text{RP} \subseteq \text{NP}$ .

### 3. Aufgabe

Beweisen Sie die Ungleichung von Markov: für  $a \in_R [0, +\infty)$  und  $t > 0$  gilt  $\Pr(a \geq t) \leq \frac{\mathbf{E}(a)}{t}$ .