Prof. Dr. Volker Kaibel
Dipl.-Comp.-Math. Matthias Walter
Wintersemester 2013/2014

Einführung in die Mathematische Optimierung – Blatt 10

www.math.uni-magdeburg.de/institute/imo/teaching/wise13/emo/

Abgabe in der Übung am 16.01.2013 oder vorher in G02-207b

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Löse das folgende Optimierungsproblem mit dem primalen Simplex-Algorithmus (Tableau) mit Blands Regel:

$$\begin{array}{rrrrcr} \max & 2x_1 & +3x_2 & +x_3 & & \\ & -x_1 & +x_2 & +2x_3 & \leq & 4 \\ & x_1 & +x_2 & -3x_3 & \leq & 3 \\ & -2x_1 & +2x_2 & -x_3 & \leq & 2 \\ & & & x & \geq & \mathbb{O}_3 \end{array}$$

Zur Ermittlung einer Startbasis kann eine Basis von Schlupfvariablen gewählt werden.

Aufgabe 2 (6+3 Punkte)

Gegeben sei folgendes Maximierungsproblem:

$$\begin{array}{rrrrrrrrcl} \max \frac{3}{4}x_1 & -20x_2 & \frac{1}{2}x_3 & -6x_4 & & & & & & \\ \frac{1}{4}x_1 & -8x_2 & -x_3 & +9x_4 & +x_5 & & & & = & 0 \\ \frac{1}{2}x_1 & -12x_2 & -\frac{1}{2}x_3 & +3x_4 & & +x_6 & & & = & 0 \\ & & x_3 & & & & +x_7 & & = & 1 \\ & & & & & & x & & \geq & \mathbb{O}_7 \end{array}$$

Löse dieses Problem zweimal mit der primalen Simplex-Methode (wie in der Vorlesung beschrieben) und der Startbasis $B = \{5, 6, 7\}$ (also Startecke $(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$).

(1) Benutze beim ersten mal folgende Regel: Die Nichtbasisvariable mit größtem Koeffizienten in den reduzierten Kosten g wird in die Basis getauscht (j_{ein}), bei Nichteindeutigkeit unter diesen Variablen diejenige mit kleinstem Index. Wähle für j_{aus} die Basisvariable mit kleinstem Index. Führe maximal 6 Iterationen aus.

(2) Löse nun das Problem unter Verwendung von Blands Regel. (Es müssen natürlich die Tableaus, die mit denen in (1) übereinstimmen, nicht nochmal aufgeführt werden.) Führe maximal 3 Iterationen aus, nachdem sich etwas verändert hat.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Löse das folgende Optimierungsproblem mit dem primalen Simplex-Algorithmus (Tableau) mit Blands Regel:

$$\begin{array}{rrrrrcr} \max & 2x_1 & +x_2 & +4x_3 & +x_4 & & \\ & 3x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +x_4 & = & 6 \\ & x_1 & +4x_2 & +x_3 & +2x_4 & = & 4 \\ & 2x_1 & +3x_2 & +x_3 & -x_4 & = & 6 \\ & & & & x & \geq & \mathbb{O}_4 \end{array}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Beweise oder widerlege folgende Aussagen zum Simplex-Algorithmus:

(1) Eine Variable, die gerade in die Basis (Gleichungsformat!) eingetreten ist, kann die Basis beim nächsten Schritt wieder verlassen.

(2) Falls keine Basislösung degeneriert (im Sinne von U-Basen, d.h. für alle Ecken v gilt $|\operatorname{Eq}(v)| = n$) ist und das LP beschränkt ist, so ist die Optimallösung eindeutig.

(3) Ist (im Gleichungsformat) eine Variable x_j ohne Vorzeichenbeschränkung vor dem Start durch $x_j^+ - x_j^-$ mit $(x_j^+, x_j^- \geq 0)$ ersetzt worden, so ist in jedem Schritt des Simplexverfahrens höchstens eine der Variablen x_j^+, x_j^- ungleich Null.