Prof. Dr. Volker Kaibel
M.Sc. Tobias Weber
Wintersemester 2016/2017

Einführung in die Mathematische Optimierung – Blatt 10

www.math.uni-magdeburg.de/institute/imo/teaching/wise16/emo/

Abgabe in der Übung am 16.01.2017 oder vorher in G02-204

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gebe eine LP der folgenden Form an:

$$\max c^T x \quad \text{s.t.} \quad Ax \leq b, x \geq \mathbb{O}_2.$$

Es soll unbeschränkt sein und der Simplex-Algorithmus (Gleichungsformat) mit Blands Regel sollte in einer Ecke drei verschiedene Basen durchlaufen. Schreibe keine Tableaus auf sondern die Startbasis, die Ecke und die drei Basen, die der Algorithmus dort durchläuft.

Aufgabe 2 (6+3 Punkte)

Gegeben sei folgendes Maximierungsproblem:

$$\begin{array}{rrrrrrrcl}
\max \frac{3}{4}x_1 & -20x_2 & \frac{1}{2}x_3 & -6x_4 & & & & & \\
\frac{1}{4}x_1 & -8x_2 & -x_3 & +9x_4 & +x_5 & & & = & 0 \\
\frac{1}{2}x_1 & -12x_2 & -\frac{1}{2}x_3 & +3x_4 & & +x_6 & & = & 0 \\
 & & x_3 & & & & +x_7 & = & 1 \\
 & & & & & & x & \geq & \mathbb{O}_7
\end{array}$$

Löse dieses Problem zweimal mit der primalen Simplex-Methode (wie in der Vorlesung beschrieben) und der Startbasis $B = \{5, 6, 7\}$ (also Startlösung $(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$).

(1) Benutze beim ersten mal folgende Regel: Die Nichtbasisvariable mit größtem Koeffizienten in den reduzierten Kosten wird in die Basis getauscht, bei Nichteindeutigkeit unter diesen Variablen diejenige mit kleinstem Index. Wähle unter den Variablen, die die Basis verlassen, bei Nichteindeutigkeit diejenige mit kleinstem Index. Führe maximal 6 Iterationen aus.

(2) Löse nun das Problem unter Verwendung von Blands Regel. (Es müssen natürlich die Tableaus, die mit denen in (1) übereinstimmen, nicht nochmal aufgeführt werden.) Führe maximal 3 Iterationen aus, nachdem sich etwas verändert hat.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Löse das folgende Optimierungsproblem mit dem primalen Simplex-Algorithmus (Tableau) mit Blands Regel:

$$\begin{array}{lrrrrcr}
\max & 2x_1 & +x_2 & +4x_3 & +x_4 & & \\
 & 3x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +x_4 & = & 6 \\
 & x_1 & +4x_2 & +x_3 & +2x_4 & = & 4 \\
 & 2x_1 & +3x_2 & +x_3 & -x_4 & = & 6 \\
 & & & & x & \geq & \mathbb{O}_4
\end{array}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Beweise oder widerlege folgende Aussagen zum Simplex-Algorithmus:

(1) Eine Variable, die gerade in die Basis (Gleichungsformat!) eingetreten ist, kann die Basis beim nächsten Schritt wieder verlassen.

(2) Falls keine Basislösung degeneriert (im Sinne von U-Basen, d.h. für alle Ecken v gilt $|\operatorname{Eq}(v)| = n$) ist und das LP beschränkt ist, so ist die Optimallösung eindeutig.

(3) Ist (im Gleichungsformat) eine Variable x_j ohne Vorzeichenbeschränkung vor dem Start durch $x_j^+ - x_j^-$ mit $(x_j^+, x_j^- \geq 0)$ ersetzt worden, so ist in jedem Schritt des Simplexverfahrens höchstens eine der Variablen x_j^+, x_j^- ungleich Null.