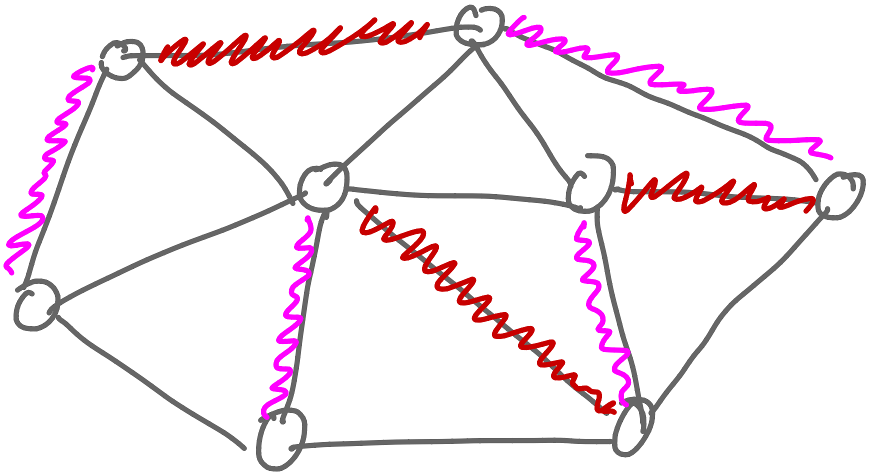
KO 22.11.16

Nachtrag zu MAX-FLOW

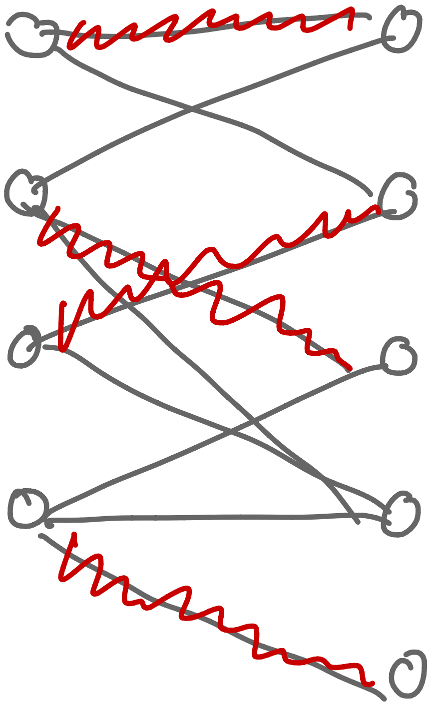
Augmentiert man beim Bestimmen eines maximalen s-t-Flusses mit ganzzahligen Kapazitäten $u \in \mathbb{N}^A$ immer entlang eines s-t-Weges in D_f mit maximaler Residualkapazität ("fattest path"), so macht der Ford-Fulkerson-Algorithmus höchstens $O(|A| \cdot \log \Phi)$ Augmentationen, wobei Φ der maximale s-t-Flusswert ist.

[EDMONDS & KARP 1972]

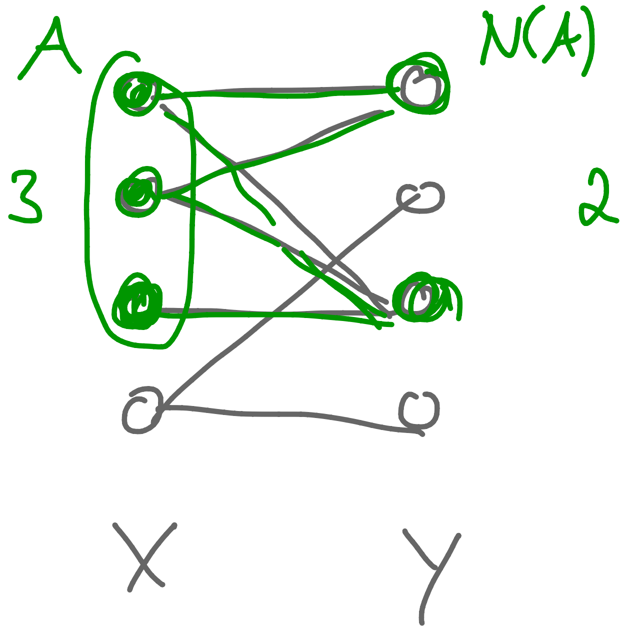


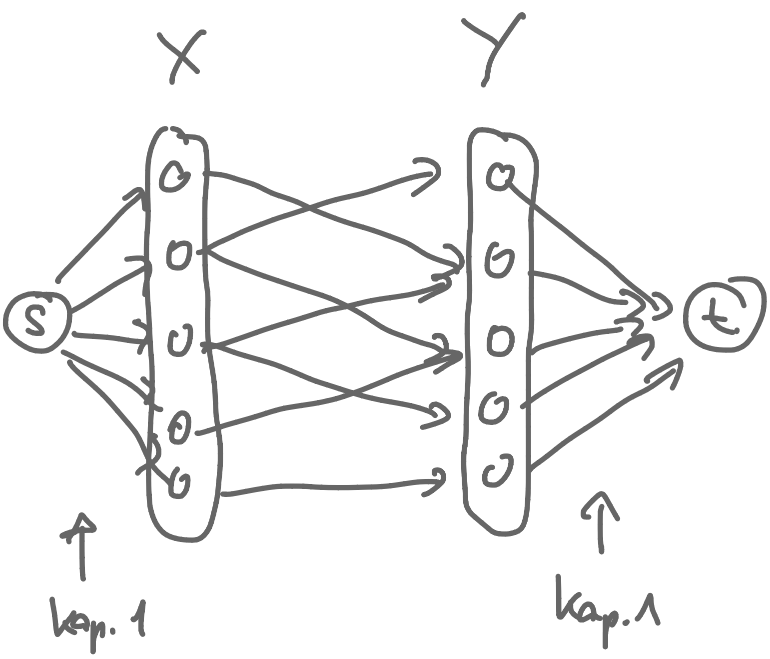
Matching

Perfektes Matching



Matching





s-t-Fluss vom Wert $|X| = |Y|$

Satz 3.10: Das gewichtete perfekte Matchingproblem in bipartiten Graphen $G = (V, E)$ kann in Zeit

$$O\left(|V| \cdot |E| + |V|^2 \cdot \log |V|\right)$$

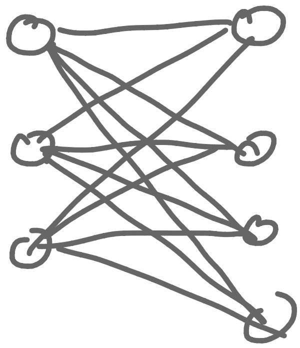
gelöst werden.

Beweis: Übung: $O\left(|V|^2 \cdot |E|^2 \cdot \log |V|\right)$

Def. 3.11: Ein bipartiter Graph $K_{n,m} = (V, E)$ mit Bipartition $V = X \,\dot\cup\, Y$, $n = |X|$, $m = |Y|$ und

$$E = \{ \{x, y\} : x \in X, y \in Y \}$$

heißt ein vollständiger bipartiter Graph auf $n+m$ Knoten.



$K_{3,4}$

Bem. 3.12: Das gewichtete bipartite Matching-Problem in $K_{n,m}$ ("Lineares Zuordnungsproblem") kann in Zeit

$$O(nm(n+m))$$

gelöst werden.

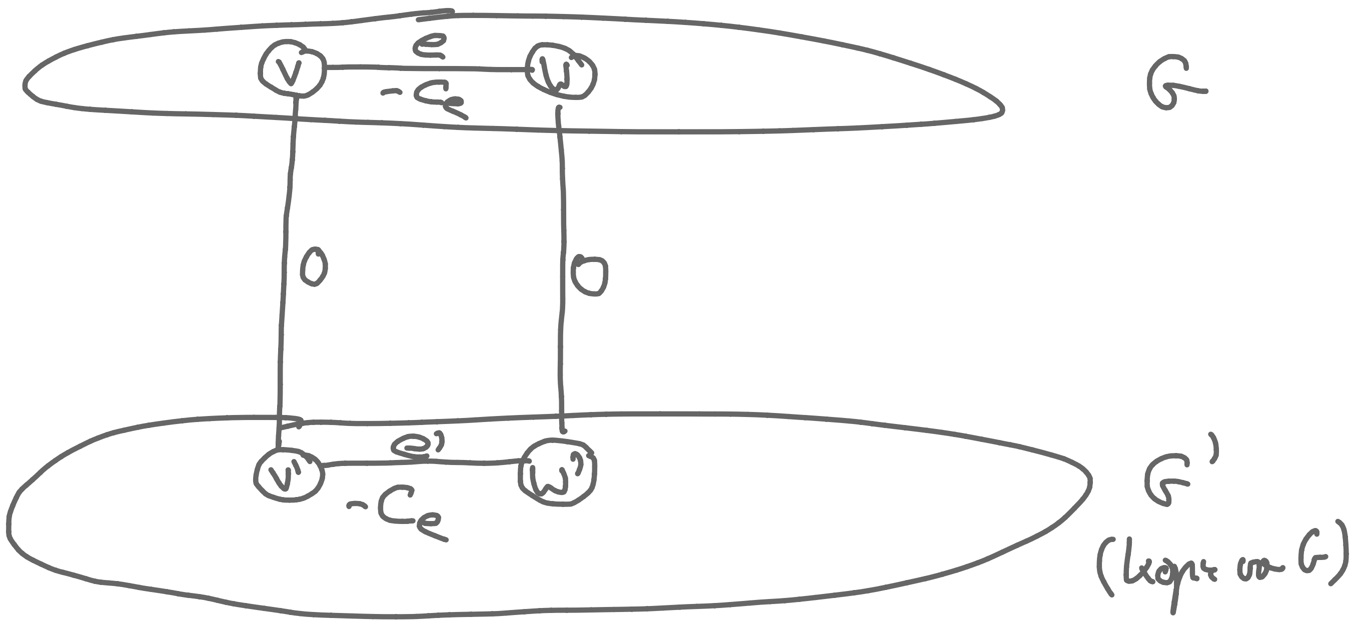
[Mit KUHN's "Ungarischer Methode"]

Kor. 3.13: Das gewichtete Matching-Problem in bipartiten Graphen $G=(V,E)$ kann in

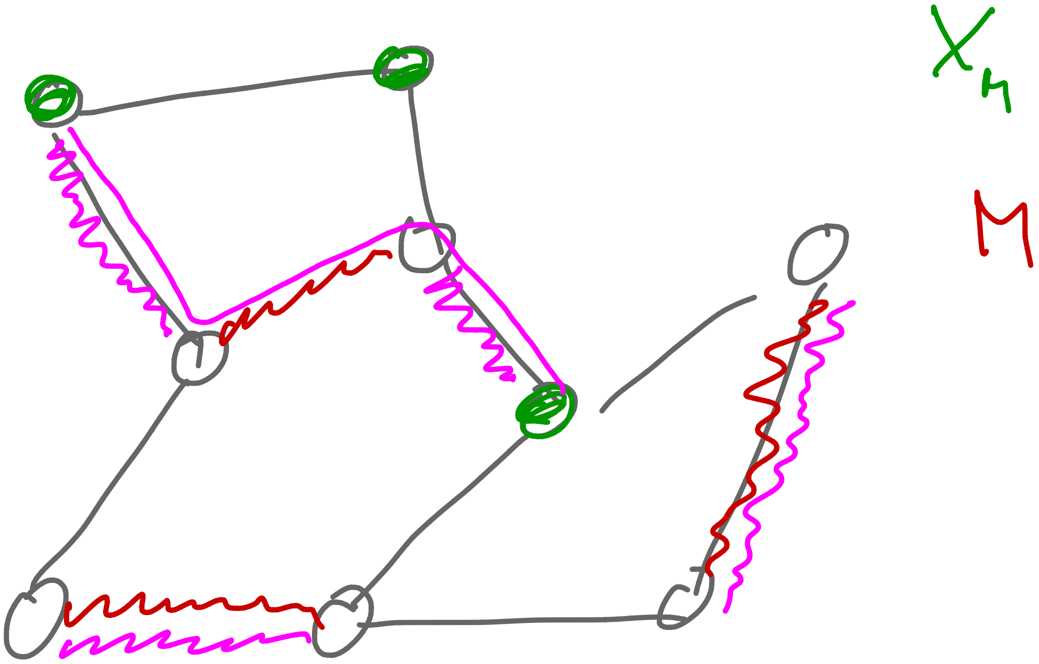
$$O\left(|V|\cdot|E| + |V|^2 \cdot \log|V|\right)$$

Zeit gelöst werden.

Beweis: Reduktion auf gewichtetes perfektes Matching-Problem in „verdoppeltem Graphen“:



Ein gewichtsminimales perfektes Matching induziert c-maximale Matchings in G und G'.


X_M
M