Prof. Dr. Volker Kaibel
M.Sc. Benjamin Peters
Wintersemester 2016/2017

Kombinatorische Optimierung – Blatt 9

www.math.uni-magdeburg.de/institute/imo/teaching/wise16/kombopt/

Präsentation in der Übung am 15.12.2016

Aufgabe 1

Bringt bitte ein bisschen Gebäck mit (selbst gebacken).

Aufgabe 2

Sei $G = (V, E)$ ein Graph und $P_{\text{match}}^{\text{perf}}(G)$ das zugehörige perfekte Matching-Polytop. Zeige, dass zwei Ecken $\chi(M_1)$ und $\chi(M_2)$ genau dann adjazente Ecken des perfekten Matching-Polytops sind, wenn die symmetrische Differenz $M_1 \Delta M_2$ ein alternierender Kreis ist.

Hinweis: Konstruiere für die Notwendigkeit zwei andere Matchings, so dass der Mittelpunkt ihrer charakteristischen Vektoren mit dem von $\chi(M_1)$ und $\chi(M_2)$ übereinstimmt. Für die Hinlänglichkeit ist es zweckmäßig, eine geeignete Zielfunktion zu konstruieren, deren einzige Maximanden M_1 und M_2 sind.

Aufgabe 3

Sei $K_n = (V_n, E_n)$ ein vollständiger Graph mit n Knoten für n gerade. Sei ferner $P_{\text{match}}^{\text{perf}}(K_n)$ das zugehörige perfekte Matching-Polytop. Zeige, dass jede Blütenungleichung

$$x(E(U)) \leq \frac{|U| - 1}{2} \qquad U \subseteq V, 3 \leq |U| \leq |V| - 3, |U| \text{ ungerade}$$

eine Facette des Polytops beschreibt. Konstruiere dazu für eine beliebige Blütenungleichung einen Punkt $\hat{x} \in \mathbb{R}_+^E$, der alle Gradgleichungen und alle Blütenungleichungen außer der betrachteten erfüllt.

Hinweis: Wähle $\hat{x}$ so, dass $\hat{x}_e$ für alle $e \in E(U)$ sowie alle $e \in E(V \setminus U)$ jeweils konstant ist, sowie für alle $e \in \delta(U)$ den Wert $\hat{x}_e = 0$ gilt.