



## Einführung in die Mathematische Optimierung – Blatt 7

Abgabe bis 29.11., Präsentation am 6.12.

---

### Aufgabe 1

(2+2 Punkte)

Zeige, dass abgeschlossene konvexe Mengen  $A$  und  $B$  existieren, die

- (a) eine strikte Trennungshyperbene besitzen aber keine starke.
- (b) eine echte Trennungshyperbene besitzen aber keine strikte.

### Aufgabe 2

(5 Punkte)

Sei  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  eine abgeschlossene Menge mit  $\text{int}(A) \neq \emptyset$ , bei der jeder Randpunkt  $x \in \text{bd}(A)$  eine Stützhyperbene besitzt. Zeige, dass  $A$  konvex ist.

*Hinweis:* Wähle einen Punkt auf einer geeigneten Strecke und betrachte den Schnittpunkt seiner Verbindungsstrecke zu einem inneren Punkt von  $A$  mit dem Rand von  $A$ .

*Erinnerung:* Eine Stützhyperbene für  $A$  im Punkt  $x \in A$  ist eine Hyperbene, die  $x$  enthält, sodass einer der beiden zugehörigen Halbräume  $A$  enthält.

### Aufgabe 3

(4 Punkte)

Seien  $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$  abgeschlossen und konvex. Zeigen Sie Folgendes:

- (a) Ist  $A$  oder  $B$  beschränkt, dann ist  $A - B$  abgeschlossen.
- (b) Es existieren Beispiele von unbeschränkten Mengen  $A$  und  $B$ , für welche  $A - B$  nicht abgeschlossen ist.

### Aufgabe 4

(4+1+2 Punkte)

Ein Ölhändler produziert E5 und E10 Kraftstoff und fährt einen Gewinn von 15 bzw. 27 Euro pro Einheit ein. Der Händler hat 600 Einheiten Bioethanol auf Lager und benötigt pro Einheit E5 genau 2 Einheiten davon, während er pro Einheit E10 genau 9 Einheiten benötigt. Der Aufwand pro Einheit E5 beträgt eine Mannstunde und pro Einheit E10 genau 9 Mannstunden. Bis zu 500 Mannstunden kann er für die zu planende Lieferung bereitstellen. Er hat zudem noch die Auflage, dass mindestens 10% des produzierten Kraftstoffs auch E10 ist.

- (a) Formuliere das Problem, einen Produktionsplan mit maximalem Gewinn zu bestimmen, als Lineares Programm (LP).
- (b) Transformiere das LP in Standardform, d.h. nur mit Gleichungs- und Nichtnegativitätsbedingungen.
- (c) Löse das Problem mit Hilfe der Simplex-Methode. Nutze als Startvektor denjenigen, bei dem nichts produziert wird.