

Einführung in die Mathematische Optimierung – Blatt 8

Abgabe bis 6.12., Präsentation am 13.12.

Aufgabe 1

(7 Punkte)

Löse das folgende Optimierungsproblem mit dem dualen Simplex-Algorithmus:

$$\begin{array}{rcccccc} \min & -x_1 & & +x_3 & & +x_6 & +x_7 \\ & 2x_1 & +x_2 & & & -x_6 & -2x_7 & = & 1 \\ & 2x_1 & & & +x_4 & -x_6 & -2x_7 & = & -2 \\ & 2x_1 & & -2x_3 & & -x_6 & & = & 3 \\ & & & & & +x_5 & -x_6 & & = & -4 \\ & & & & & & & x & \geq & 0 \end{array}$$

Verwende dazu die Startlösung mit den Basisvariablen x_1, x_2, x_4 und x_5 .

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Betrachte die Vektoren $a_1 = (1, 1, 0)$ und $a_2 = (0, 1, 1)$ und die LPs

$$\begin{array}{ll} \min \{ \langle c, x \rangle \mid Ax = b, x \geq \mathbb{O} \} & \text{und} \\ \max \{ \langle b, y \rangle \mid A^\top y \leq c \} & . \end{array}$$

(std-LP) (std-LP-dual)

Finde einen Vektor $a_3 \in \mathbb{R}^3$, sodass für $A = (a_1, a_2, a_3)$ folgendes möglich ist:

- (a) Es gibt $b, c \in \mathbb{R}^3$, sodass (std-LP) unbeschränkt und (std-LP-dual) unzulässig sind.
- (b) Es gibt $b, c \in \mathbb{R}^3$, sodass (std-LP) unzulässig und (std-LP-dual) unbeschränkt sind.
- (c) Es gibt $b, c \in \mathbb{R}^3$, sodass (std-LP) unzulässig und (std-LP-dual) unzulässig sind.

Aufgabe 3

(7 Punkte)

Angenommen, das Hilfsproblem $\min \{ z \mid Ax + bz = b, x, z \geq 0 \}$ (mit $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$, wobei A vollen Zeilenrang hat) zum Finden einer zulässigen Basislösung hat als Optimum $z^* > 0$, d.h. das Originalproblem $Ax = b, x \geq 0$ ist unzulässig.

Finde heraus, wie man aus dem aktuellen Tableau einen "Farkas-Strahl" $y \in \mathbb{R}^m$ mit $y^\top A \geq 0$ und $y^\top b < 0$ konstruiert.

Hinweis: Betrachte die zur aktuellen Basis gehörige Duallösung y^* , wie sie im Abschnitt "Basis-Darstellung von (std-LP-dual)" konstruiert wird.