Gennadiy Averkov und Maximilian Merkert
Wintersemester 2018/2019

Einführung in die Mathematische Optimierung – Blatt 11

Abgabe bis 21.01., Präsentation am 24.01.

Aufgabe 1 (5+5 Punkte)

Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ eine Matrix mit vollem Zeilenrang, seien $c \in \mathbb{R}^n$ und $b \in \mathbb{R}^m$ $(m, n \in \mathbb{N})$. Man betrachte die Polyeder

$$P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b,\ x \geq 0\} \qquad \text{und} \qquad Q = \{y \in \mathbb{R}^n : yA \leq c\},$$

welche die Mengen der zulässigen Lösungen von (std-LP) bzw. (std-LP-dual) bilden. Zeigen Sie Folgendes:

(a) $\operatorname{vert}(P)$ ist die Menge aller zulässigen Basislösungen von (std-LP).

(b) $\operatorname{vert}(Q)$ ist die Menge aller zulässigen Basislösungen von (std-LP-dual).

Aufgabe 2 (3+1 Punkte)

Seien $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$ mit $m, n \in \mathbb{N}$ und sei $P := \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$ nicht leer. Zeigen Sie

(a) $\operatorname{rec}(P) := \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq 0\}$,

(b) $\operatorname{lineal}(P) := \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = 0\}$.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Zeige, dass jedes lokale Minimum einer konvexen Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ auch gleichzeitig ein globales Minimum ist.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Zeige, dass die folgende Funktion $f : \mathbb{R} \times (0, \infty) \to \mathbb{R}$ konvex ist:

$$f(x, y) = x^2/y$$