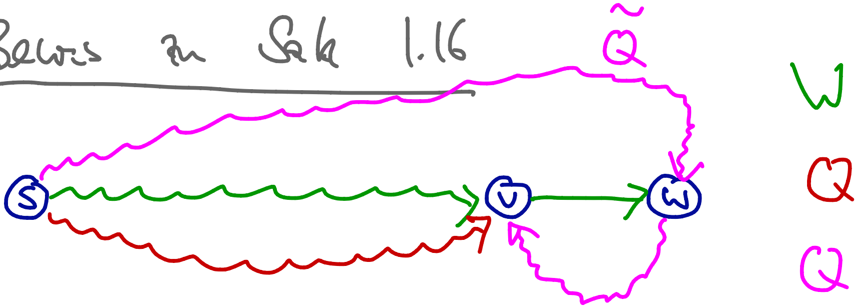
KO 12.10.18

Beweis zu Satz 1.16



- Angenommen, $Q \subseteq A$ wäre ein s-v-Weg mit $|Q| \leq k-1$ und

$$c(Q) < c(W \setminus \{(v,w)\})$$

- Wäre $w \notin V(Q)$, so wäre $Q' := Q \cup \{(v,w)\}$ ein s-w-Weg mit $|Q'| \leq k$ und

$$c(Q') < c(W) \quad \lightning$$

- Also $w \in V(Q)$; sei $\tilde{Q}$ der s-w-Weg in Q.

Dann ist $Q \setminus \tilde{Q} \cup \{(v,w)\} =: K$ ein Kreis.

Es gilt:

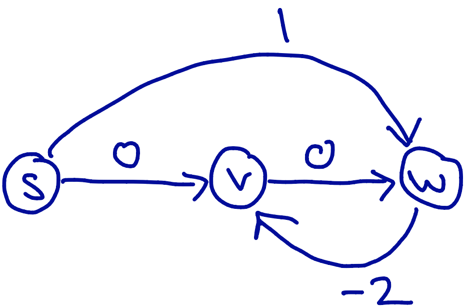
$$
\begin{aligned}
c(\tilde{Q}) &= c(Q) \qquad\qquad - c(Q \setminus \tilde{Q}) \\
&< c(W) \underbrace{- c_{(v,w)} \quad - c(Q \setminus \tilde{Q})}_{-c(K) \leq 0} \\
&\leq c(W) \quad \lightning
\end{aligned}
$$

Minimalität von W

(beachte: $|\tilde{Q}| \leq |Q| \leq k-1 \leq k$)

∎

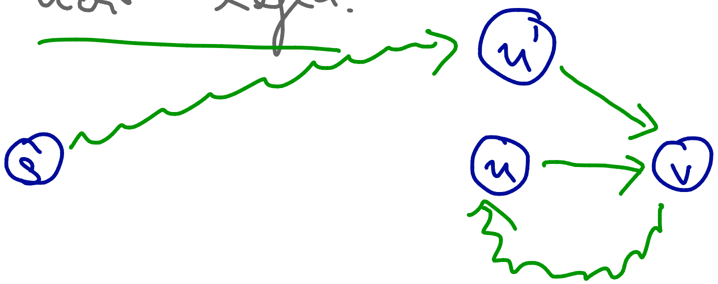
Gegenbeispiel zu Satz 1.16 für <u>nicht-konservative</u> Bogenlängen:



Beweis zu Korollar 1.20 (2. Aussage)

"$\geq$": Folgt unmittelbar aus Korollar 1.17.

"$\leq$": Wähle ein minimierendes u so, dass es einen c-kürzesten s-u-Weg kürzester kombinatorischer Länge hat; auf einem solchen Weg kann v nicht liegen.



↯

$\square$

Beweis zu Bem. 1.25

„$\Rightarrow$": Induktion nach Anzahl der Knoten; finde einen Knoten vom Grad 1 durch fortgesetzte Verlängerung eines Weges (Kreisfreiheit, $|V| < \infty$).

„$\Leftarrow$": Beobachte, dass Hinzufügen einer Kante die Anzahl der Zusammenhangskomponenten um höchstens Eins verringern kann. $\blacksquare$

Beweis zu Kor. 1.30

- Gibt es für jedes $v \in R_D(s)$ nur einen c-kürzesten s-v-Weg, so hat die Vereinigung A' aller dieser Wege die gewünschte Eigenschaft (wegen Kor. 1.17).
- Andernfalls ändert man c leicht zu c', so dass die c'-kürzesten Wege eindeutig sind und c-kürzeste Wege bleiben. ☒