$\boxed{\text{KO} \quad 29.11.18}$

- $f^{(t)} - f^{(j)}$ ist eine Zirkulation.

- Definiere $\overleftrightarrow{f} \in \mathbb{R}^{A_j}$ via: $\forall a \in A$

Falls $f_a^{(t)} > f_a^{(j)}$: $\overrightarrow{f}_a := \underset{\substack{\geq \\ u_a}}{} \overset{\substack{u_a \\ \geq}}{f_a^{(t)}} - \overset{\substack{l_a \\ \leq}}{f_a^{(j)}}$ $\Rightarrow a \in A_j$, $\Rightarrow \overleftarrow{a} \in A_t$

Falls $f_a^{(t)} < f_a^{(j)}$: $\overleftarrow{f}_{\overleftarrow{a}} := \underset{\substack{\leq \\ u_a}}{f_a^{(j)}} - \underset{\substack{\geq \\ l_a}}{f_a^{(t)}}$ $\Rightarrow \overleftarrow{a} \in A_j$, $\Rightarrow a \in A_t$

$\overleftrightarrow{f} := 0$ für alle übrigen Bögen in A_j.

- $\overleftrightarrow{f}$ ist Zirkulation in A_j mit

$$\overleftrightarrow{f}_{a_0} > 0$$

- Wegen Satz 2.18 (Fluss-Dekomposition) gibt es einen Kreis $C_1 \subseteq A_j$ mit $a_0 \in C_1$ und $C_1^{-1} \subseteq A_t$.

- Da für alle $b \in C_1^{-1} \subseteq A_t$

$$\overleftrightarrow{c}_b \geq -\varepsilon_t$$

gilt für alle $b \in C_1$

$$\overleftrightarrow{c}_b \leq \varepsilon_t \,.$$

• Also $\overset{\leftrightarrow}{c}(C) = \overset{\leftrightarrow}{c}_{a_0} + \overset{\leftrightarrow}{c}(C \setminus \{a_0\})$

$$< -2n\,\varepsilon_t + \underbrace{(|C|-1)}_{\le n-1} \cdot \varepsilon_t$$

$$\le -n \underbrace{\varepsilon_t}_{\substack{\ge \\ \varepsilon_j}}$$

$$\le -n\,\varepsilon_j$$

$$\le |C| \cdot (-\varepsilon_j)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\overset{\leftrightarrow}{c}(C)}{|C|} < -\varepsilon_j$$

↯ Def. von ε_j $(C \subseteq A_j)$

$\square$

<u>Kor. 2.53</u>: Das Min-Cost-Circulation Problem kann (mit dem Min-Mean-Cycle-Cancelling Algorithmus) in Zeit

$$O\left(|A|^3 |V|^2 \log |V|\right)$$

gelöst werden.

<u>Def. 2.54</u>:

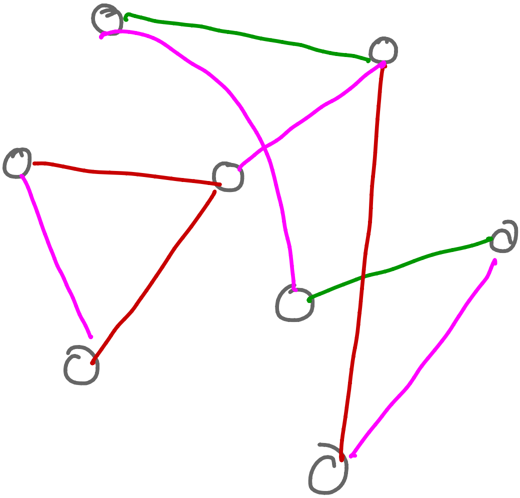
<u>Kor. 2.55</u> (siehe Übung)

In einem Netzwerk $(D=(V,A), u)$ kann man zu $b \in \mathbb{Q}^V$ und $c \in \mathbb{Q}^A$ einen b-Fluss $f \in \mathbb{Q}^A$ minimaler c-Kosten in

$$O(|A|^3 |V|^2 \log |V|)$$

bestimmen (oder feststellen, dass es keinen b-Fluss gibt).

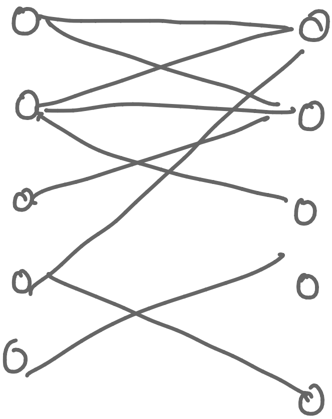
<u>Bem. 2.56</u>: Für ganzzahlige $l, u \in \mathbb{Z}^A$ sind die vom Cycle-Canceling-Algorithmus berechneten Lösungen immer ganzzahlig.



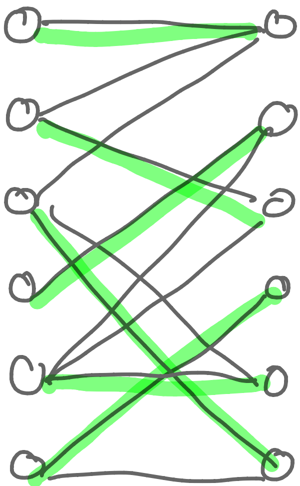
Matching

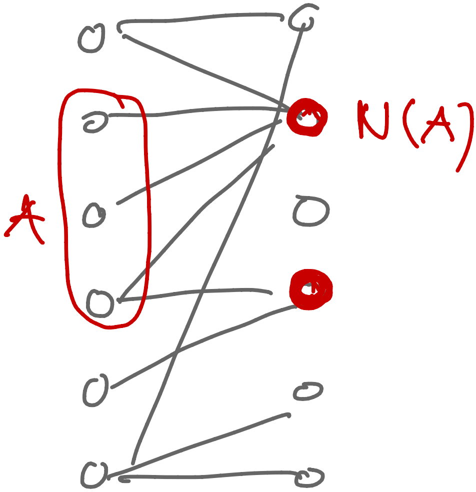
Max Matching

perfektes Matching



bipartit





$N(A) = \{ b : \{a, b\} \in E \text{ for } \ldots\ a \in A \}$