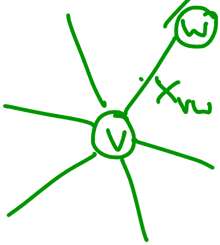
KO 7.12.18

Sei $c \in \mathbb{R}^E$ ($G=(V,E)$ Graph)

$$\min \; c^T x$$

$$x(\delta(v)) = 1 \quad \forall v \in V$$

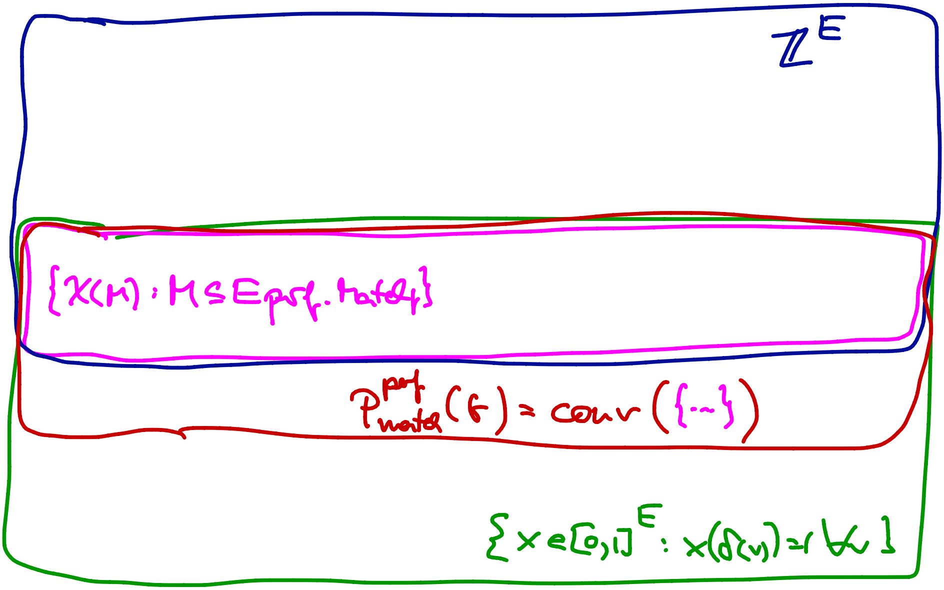


$$0 \le x_e \le 1 \quad \forall e \in E$$

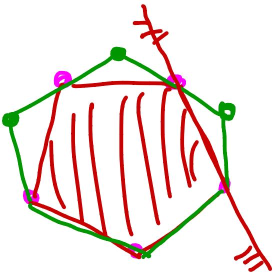
LP

$$x_e \in \mathbb{Z} \quad \forall e \in E$$

$$\boxed{x \in \{0,1\}^E}$$



Im Allgemeinen:

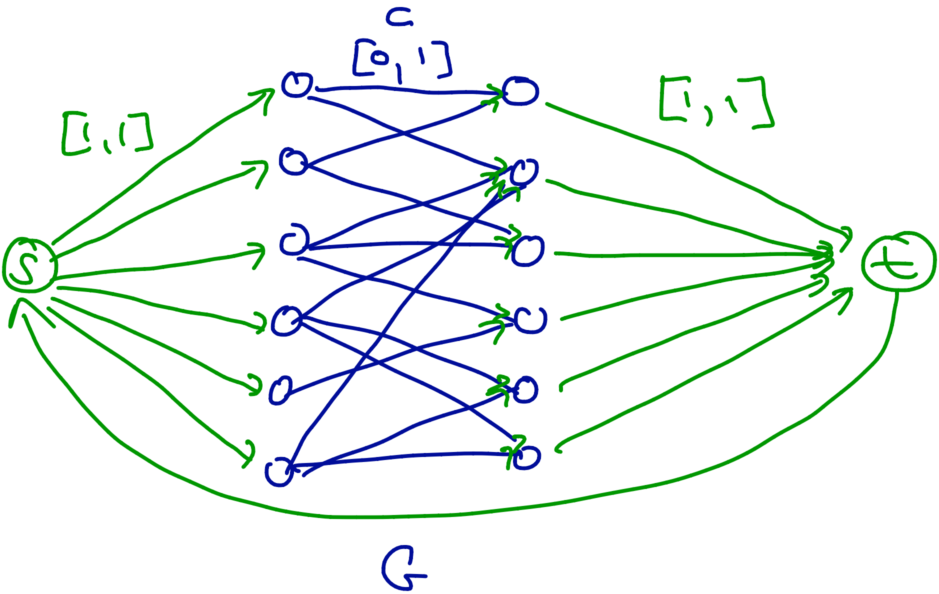


Beweis von Satz 3.30

Es genügt, zu zeigen, dass jede Ecke x^* von

$$Q := \{ x \in [0,1]^E : x(\delta(v)) = 1 \ \forall v \in V \}$$

ganzzahlig ist. Sei $c \in \mathbb{R}^E$ eine lineare Zielfunktion, die über Q von x^* eindeutig minimiert wird.



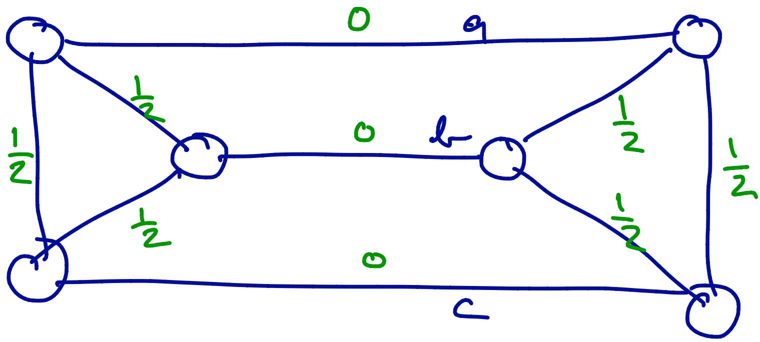
Die blauen Teile der Zirkulationen in dem Netzwerk sind genau die Punkte aus Q.

Es gibt also nur eine kostenminimale Zirkulation und deren blauer Teil ist x^*.

Da alle Kapazitäten im Netzwerk ganzzahlig sind, ist x^* also ganzzahlig.

□

Für nicht-bipartite Graphen gilt die Aussage von Satz 3.30 (i. A.) nicht:



$x^* \in \mathbb{R}^E$: $x \in [0,1]^E$

$x(\delta(v)) = 1 \quad \forall v \in V$

Angenommen, $x^* = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \cdot \chi(M_i)$

mit perfekten Matchings $M_1, \dots, M_k \subseteq E$

und $\lambda_1, \dots, \lambda_k > 0$, $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i = 1$

Dann gilt $M_i \cap \{a,b,c\} = \emptyset \quad \forall i=1,\dots,k$

ist aber unmöglich für perfektes Matching M_i