Fakultät Mathematik
Institut für Mathematische Stochastik
Prof. Christoph

16.12.2004

Ich wünsche Ihnen ein Frohes Weihnachtfest sowie ein gesundes und erfolgreiches Jahr 2005.

Falls an den vielen freien Tagen Zeit bleibt, dem kann abgeholfen werden: Der Beleg dient der Selbstkontrolle, Mitte Januar 2005 werde ich die Lösungen ins Netz stellen.

Beleg Mathematik I

1. a) Bestimmen Sie die graphisch und rechnerisch den Gültigkeitsbereich der Ungleichung
$$|x+2| > \frac{1}{3}|x-2| \quad !$$
   b) Für welche reellen Werte x gilt
$$\frac{3x+2}{2x-1} < 2 \quad ?$$

2. a) Vereinfachen Sie
$$z = \frac{(1+2i)(i-1)+1}{(3+2i)^2 - 2(2+i)} \quad !$$
   b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $z^3 + 8i = 0$!

3. Lösen Sie die Matrizengleichung $AX + 2B = A^T - 2X$ mit
$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ und B } = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad !$$

4. Gegeben ist das Gleichungssystem:
$$\begin{aligned} x + \; 3y + \; (a-1)z &= 0 \\ 2x + \; y + \; z &= 0 \\ x + \; 2y + \; az &= 0 \end{aligned}$$
   Für welchen Wert a besitzt das System nichttriviale Lösungen? Geben Sie für diesen Wert alle Lösungen an!

5. Zerlegen Sie die Kraft $\bar{F} = [11, 13, 14]^T$ in drei Komponenten parallel zu den Richtungen
$\bar{a}_1 = [1, 3, 2]^T$, $\bar{a}_2 = [2, 1, 3]^T$ und $\bar{a}_3 = [3, 4, 1]^T$.

6. Durch die Punkte $P_1(3; 4; 5)$, $P_2(4; 5; 8)$ und $P_3(5; 3; 7)$ wird eine Ebene E festgelegt.
a) eine Parameterdarstellung der Ebene E !
b) den Flächeninhalt des Dreiecks $P_1P_2P_3$!

7. Gegeben ist die Ebene $E_1 : 3x - 2y + z = 5$.
a) Bestimmen Sie den Spiegelpunkt P' des Punktes $P(-4; 5; -1)$ bezüglich E_1 !
b) Ermitteln Sie die Gleichung der Ebene E_2, die parallel zu E_1 verläuft und den Punkt $R(2; 3; 4)$ enthält.