

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II für Ingenieure
Serie 1b (Differentialrechnung)

96. Mit Hilfe der Newtonschen Interpolationsformel ist das Polynom niedrigsten Grades anzugeben, welches folgende Punkte enthält.

$$P_0(-3; -40), P_1(0; -4), P_2(1; -8), P_3(3; -40), P_4(6; -148).$$

Wie ändert sich das Ergebnis, wenn $P_5(-1; 104)$ hinzukommt?

97. Wo sind folgende Funktionen differenzierbar?

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{4-2x} & \text{b) } f(x) = |\sin 3x| \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x+1} & \text{für } x \neq -1 \\ 0 & \text{für } x = -1 \end{cases} & \text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & \text{für } x \neq 2 \\ 12 & \text{für } x = 2 \end{cases} \end{array}$$

98. Unter welchem Winkel schneiden sich die Kurven $2y = x^2$ und $2y = 8 - x^2$?

99. Zeigen Sie, daß die Parabel $y = \frac{x^2}{2e}$ die Kurve $y = \ln x$ berührt und bestimmen Sie den Berührungspunkt. Zeichnen Sie die Kurven!

100. Bilden Sie die 1. Ableitung !

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = 3x^2 + \frac{1}{2x} + \frac{1}{4x^3} + 3\sqrt[3]{x} + \frac{8}{3\sqrt{x}} & \text{b) } y = (3 - 2 \ln x)^4 \\ \text{c) } y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} & \text{d) } y = \sqrt{3 - 2\sqrt{x}} \\ \text{e) } y = \ln(x^2 + \sin 2x) & \text{f) } y = \arctan 2x + \arctan \frac{1}{x} \\ \text{g) } y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} & \text{h) } y = e^{\sqrt{x}} \sin 3x \\ \text{i) } y = 6 \sin^2 x + 2 \cos^2 3x & \text{j) } y = \ln \tan \frac{x}{2} + \frac{\cos x}{\sin^2 x} \\ \text{k) } y = \ln \sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}} & \text{l) } y = \ln 2 + \ln \sqrt{\frac{e^{5x}}{e^{5x} + 3}} \end{array}$$

101. Es ist zu zeigen, da die Funktion $x(t) = \frac{t - e^{-t^2}}{2t^2}$ der Differentialgleichung $t \frac{dx}{dt} + 2x = e^{-t^2} + \frac{1}{2t}$ genügt.