

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II für Ingenieure, Serie 2

102. Vom Punkt $P_0(1; 1)$ ist an die Bildkurve der Funktion $y = 1 + \ln(x - 1)$ die Tangente zu legen. Ermitteln Sie die Tangentengleichung!
103. Man bilde die erste Ableitung der Funktionen:
- a) $y = 2x^{3x}$ b) $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$
c) $y = (\sin x)x^{\cos x}$ d) $y = 2x^{\sqrt{x}} + 4^{1-x}$
e) $y = \frac{\sqrt{x+3} \cdot 3^x \cdot \cos^3 x}{(2+3x)^2}$
104. Bestimmen Sie im Punkt $x_0 = 0$ die Gleichung der Tangente an die Kurve, gegeben durch $f(x) = (1 + \sin 2x)^{2x+1}$.
105. Bilden Sie die Differentiale:
- a) $d(\sinh^2 x)$ b) $d(\ln \cos 2\varphi)$ c) $d(\arctan \sqrt{4t+1})$
106. Für die Ausflußgeschwindigkeit v einer Flüssigkeit aus einem Gefäß gilt angenähert die Formel $v = \sqrt{2gh}$, worin $g = 981 \text{ cm/s}^2$ die Erdbeschleunigung und h die Höhe des Flüssigkeitsspiegels über der Öffnung sind. Man bestimme den prozentualen Fehler von v , wenn $h = 7,34 \text{ cm}$ gemessen wurde. Der prozentuale Fehler von h sei 4%.
107. Berechnen Sie Extremwerte und Wendepunkte der Funktionen
- a) $y = \frac{2x}{1+x^2}$ b) $y = xe^{-2x^2}$ c) $y = x^2 \ln 2x$
- Skizzieren Sie die Bilder der Funktionen !
108. Von der Funktion $f(x) = (x-1)^2 e^{2x}$ sind gesucht: Nullstellen; Extremwerte, Wendepunkte, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ und die zugehörige Kurve.
109. Zeichnen Sie das Bogenstück \widehat{AB} der Kurve $y = |\cos x|$ im abgeschlossenen Intervall $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$. Warum gibt es keine Tangente an das Bogenstück, die parallel zur Sehne \overline{AB} verläuft?
110. Mit Hilfe des Mittelwertsatzes sind die Stellen zu berechnen, wo die Tangente an die Kurve den gleichen Anstieg hat wie die Sekante durch die Kurvenpunkte mit den Abszissen a und b .

a) $f(x) = e^{3x}$, $a = 0$, $b = \frac{1}{3} \ln 2$

b) $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$, $a = 0$, $b = \frac{1}{2}$

111. Gegeben ist die Gleichung einer Parabel durch $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ und eine Sekante durch die Parabelpunkte $P_1(x_1, y_1)$ und $P_2(x_2, y_2)$. Gesucht ist die Tangente, die parallel zu dieser Sekante verläuft. Bestimmen Sie das ϑ in der Formel des Mittelwertsatzes!

112. Bestimmen Sie bis zum Glied x^3 die Taylorentwicklung an der Stelle $x_0 = 0$ und geben Sie $R_3(x)$ an für

a) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ b) $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}}$.

113. Wie klein muss $x > 0$ sein, wenn man bei der Berechnung von $(1+x)^{1/2}$ die Näherungsformel $1 + \frac{1}{2}x$ benutzt und nach der Rechnung 6 Dezimalen beizubehalten wünscht?

114. Man berechne folgende Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x^3}{2(x^2 - 1)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{\ln(x-1)} \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^{2x} + x)^{\frac{1}{x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \tan \frac{\pi}{2}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{3x}$

g) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\tan x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{\ln x}$

115. Bestimmen Sie $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d^2y}{dx^2}$!

a) $x = 2 \cos t$ b) $x = 2 \ln t$

$y = \sin t$ $y = 1 + t^2$

116. Bestimmen Sie y' in (x_0, y_0) !

a) $xy^2 = 18$ in $(2; -3)$

b) $\sin(x+y) = 2x$ in $(0; \pi)$.

117. Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve

$$x(t) = \tan t; \quad y(t) = \cos^2 t \quad \text{für} \quad t_0 = \frac{\pi}{4} !$$

118. Mit dem Newton-Verfahren berechne man die kleinste positive Lösung der folgenden Gleichung:

$$x^3 + e^{-x} = 2 .$$