Fakultät für Mathematik, Institut für Mathematische Stochastik
Prof. Gerd Christoph

**Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II für Ingenieure, Serie 2**

102. Vom Punkt $P_0(1;1)$ ist an die Bildkurve der Funktion $y = 1 + \ln(x-1)$ die Tangente zu legen. Ermitteln Sie die Tangentengleichung!

103. Man bilde die erste Ableitung der Funktionen:

a) $y = 2x^{3x}$ b) $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$

c) $y = (\sin x)x^{\cos x}$ d) $y = 2x^{\sqrt{x}} + 4^{1-x}$

e) $y = \dfrac{\sqrt{x+3} \cdot 3^x \cdot \cos^3 x}{(2+3x)^2}$

104. Bestimmen Sie im Punkt $x_0 = 0$ die Gleichung der Tangente an die Kurve, gegeben durch $f(x) = (1 + \sin 2x)^{2x+1}$.

105. Bilden Sie die Differentiale:

a) $d(\sinh^2 x)$ b) $d\ (\ln\ \cos 2\varphi)$ c) $d(\arctan \sqrt{4t+1})$

106. Für die Ausflußgeschwindigkeit $v$ einer Flüssigkeit aus einem Gefäß gilt angenähert die Formel $v = \sqrt{2gh}$ , worin $g = 981$ cm/ $s^2$ die Erdbeschleunigung und $h$ die Höhe des Flüssigkeitsspiegels über der Öffnung sind. Man bestimme den prozentualen Fehler von $v$ , wenn $h = 7,34$ cm gemessen wurde. Der prozentuale Fehler von $h$ sei 4% .

107. Berechnen Sie Extremwerte und Wendepunkte der Funktionen

a) $y = \dfrac{2x}{1+x^2}$ b) $y = xe^{-2x^2}$ c) $y = x^2 \ln 2x$

Skizzieren Sie die Bilder der Funktionen !

108. Von der Funktion $f(x) = (x-1)^2 e^{2x}$ sind gesucht: Nullstellen; Extremwerte, Wendepunkte, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ und die zugehörige Kurve.

109. Zeichnen Sie das Bogenstück $\overset{\frown}{AB}$ der Kurve $y = |\cos x|$ im abgeschlossenen Intervall $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$. Warum gibt es keine Tangente an das Bogenstück, die parallel zur Sehne $\overline{AB}$ verläuft?

110. Mit Hilfe des Mittelwertsatzes sind die Stellen zu berechnen, wo die Tangente an die Kurve den gleichen Anstieg hat wie die Sekante durch die Kurvenpunkte mit den Abzissen $a$ und $b$.

a) $f(x) = e^{3x}$ , $a = 0$ , $b = \frac{1}{3}\ln 2$

b) $f(x) = \ln\frac{1-x}{1+x}$ , $a = 0$ , $b = \frac{1}{2}$

111. Gegeben ist die Gleichung einer Parabel durch $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ und eine Sekante durch die Parabelpunkte $P_1(x_1, y_1)$ und $P_2(x_2, y_2)$. Gesucht ist die Tangente, die parallel zu dieser Sekante verläuft. Bestimmen Sie das $\vartheta$ in der Formel des Mittelwertsatzes!

112. Bestimmen Sie bis zum Glied $x^3$ die Taylorentwicklung an der Stelle $x_0 = 0$ und geben Sie $R_3(x)$ an für

a) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ b) $f(x) = \ln\sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}}$ .

113. Wie klein muss $x > 0$ sein, wenn man bei der Berechnung von $(1+x)^{1/2}$ die Näherungsformel $1 + \frac{1}{2}x$ benutzt und nach der Rechnung 6 Dezimalen beizubehalten wünscht?

114. Man berechne folgende Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\ln x^3}{2(x^2-1)}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln x}{\ln\sin x}$

c) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{\ln(x-1)}\right)$ d) $\lim\limits_{x\to 0}(e^{2x}+x)^{\frac{1}{x}}$

e) $\lim\limits_{x\to \pi}(\pi - x)\tan\frac{\pi}{2}$ f) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{3x}$

g) $\lim\limits_{x\to \pi/2}(\sin x)^{\tan x}$ h) $\lim\limits_{x\to 1}(x-1)^{\ln x}$

115. Bestimmen Sie $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d^2y}{dx}$!

a) $x = 2\cos t$ b) $x = 2\ln t$

$y = \sin t$ $y = 1 + t^2$

116. Bestimmen Sie $y'$ in $(x_0, y_0)$!

a) $xy^2 = 18$ in $(2; -3)$

b) $\sin(x+y) = 2x$ in $(0; \pi)$ .

117. Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve

$$x(t) = \tan t; \quad y(t) = \cos^2 t \quad \text{für} \quad t_0 = \frac{\pi}{4}\,!$$

118. Mit dem Newton-Verfahren berechne man die kleinste positive Lösung der folgenden Gleichung:

$$x^3 + e^{-x} = 2\,.$$