

**Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II für Ingenieure (3. Serie)**

119. Ermitteln Sie jeweils eine Stammfunktion von  $y = f(x)$  !

- |  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| a) $f(x) = 3x^5 + \sqrt{x} + \frac{1}{2x} - \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$ | b) $f(x) = \sqrt[4]{3x+2}$           |
| c) $f(x) = \frac{(2+\sqrt{x})^2}{8x}$                              | d) $f(x) = \frac{1}{(5x+2)^3}$       |
| e) $f(x) = \cos 3x + \sin 3x$                                      | f) $f(x) = \sinh(2x+3)$              |
| g) $f(x) = \frac{2}{2x+4}$   | h) $f(x) = \frac{2x+5}{x^2+5x+1}$    |
| i) $f(x) = \frac{\sin 3x}{2+\cos 3x}$                              | j) $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+4e^{2x}}$ |
| k) $f(x) = \sin x \cdot \cos^3 x$                                  | l) $f(x) = 6x e^{3x^2}$              |
| m) $f(x) = \cos x \cdot e^{\sin x}$                                | n) $f(x) = x^3 \sqrt{1+x^4}$         |

120. Es sind die Werte folgender Integrale zu berechnen, wobei die angegebenen Substitutionen anzuwenden sind!

- a)  $\int_1^4 \frac{x}{\sqrt{2+4x}} dx$  mit  $2+4x = z^2$
- b)  $\int_1^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$  mit  $x-1 = t^2$     und    c)  $\int_{3/4}^{4/3} \frac{dz}{z\sqrt{z^2+1}}$  mit  $z = \frac{1}{t}$

121. Durch geeignete Substitutionen sind folgende Integrale zu bestimmen:

- |   |                                      |                                   |
|---|--------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx$     | b) $\int \frac{x}{\sqrt{2x+1}+1} dx$ | c) $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$ |
| d) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$ | e) $\int \frac{dx}{1-\sin x}$        | f) $\int \frac{dx}{\cos x}$       |

122. Bestimmen Sie für folgende Funktionen jeweils eine Stammfunktion:

- a)  $f(x) = xe^{2x}$     b)  $f(x) = x^2 \cos x$     c)  $f(x) = e^{3x} \cos x$

123. Gegeben ist die Funktion  $y = f(x) = \frac{3x^2 - x}{(x^2 + 1)(x - 2)}$ .

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion und berechnen Sie  $\int f(x) dx$ .

124. Integrieren Sie folgende gebrochen rationale Funktionen

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f(x) = \frac{x-4}{x^2-5x+6} \\ \text{b)} & f(x) = \frac{3x^2+2x-3}{x^3-x} \\ \text{c)} & f(x) = \frac{3x-2}{x^4-x^3} \\ \text{d)} & f(x) = \frac{x^2-5}{(x-1)(x^2-2x+2)} \end{array}$$

Bestimmen Sie: a)  $\int \frac{e^x}{9+e^{2x}} dx$       b)  $\int \frac{e^{2x}-2e^x}{e^{2x}+1} dx$

125. c)  $\int \frac{e^{3x}}{e^x+2} dx$       d)  $\int \frac{(4e^x+5)e^x}{e^{2x}+e^x-2} dx$

Berechnen Sie: a)  $\int_0^\infty xe^{-2x} dx$       b)  $\int_0^\infty xe^{-x^2} dx$       c)  $\int_0^\infty \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$

126. d)  $\int_0^2 \frac{dx}{(x-2)^3}$       e)  $\int_1^\infty \frac{dx}{x^2+x}$       f)  $\int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$

127. Bestimmen Sie den Inhalt der Flächen, die durch folgende Kurven begrenzt werden! Skizzieren Sie die Flächen!

$$\text{a)} \quad \begin{cases} y &= \frac{5}{1+2x^2} \\ |x| &= 3 \quad ; \quad y=0 \end{cases} \quad \text{b)} \quad \begin{cases} y^2 &= 2x+4 \\ x &= 0 \end{cases}$$

128. Berechnen Sie den Inhalt der Flächen, die von folgenden Kurven begrenzt werden! Skizzieren Sie die Flächen!

a)  $y = \frac{4}{1+x^2}$  ;  $y = 0$  ;  $x = 0$  sowie b)  $y = e^{2x} - 1$  ;  $y = 0$  und  $x = -1$ !

129. Bestimmen Sie die Bogenlänge! Skizzieren Sie die Kurven!

a)  $y = 2 \ln(1 - \frac{x^2}{4})$  ;  $0 \leq x \leq 1$

b)  $x = 4 \ln t$  ;  $y = 2t + \frac{2}{t}$  ;  $2 \leq t \leq 4$

130. Das von der Kurve mit der Gleichung  $y = f(x) = \frac{1}{5} \sqrt[4]{x} (36 - x^2)$  und der  $x$ -Achse eingeschlossene Flächenstück rotiere um diese Achse.

Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

131. Berechnen Sie für den Bogen der Zykloide, gegeben durch

$$x = t - \sin t \quad ; \quad y = 1 - \cos t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

a) das Volumen des Körpers, der durch Rotation eines Zykloidenbogens um die  $x$ -Achse erzeugt wird.

b) die Bogenlänge eines Bogens.

c) den Inhalt der Oberfläche des Rotationskörpers, die bei Rotation eines Bogens um die  $x$ -Achse entsteht.