Fakultät für Mathematik, Institut für Mathematische Stochastik
Prof. Dr. G. Christoph

Edgar Allan Poe in *Der Doppelmord in der Rue Morgue*:
Zufälle sind im allgemeinen große Steine des Anstoßes auf dem Wege jener Klasse von Denkern, die man nichts von der Theorie der Wahrscheinlichkeit gelehrt hat - jener Theorie, der die glorreichsten Gegenstände menschlicher Forschung ihre glorreichste Erhellung verdanken.

Übungen: Mo 9:15 - 10:45 G05-209 Frau Dr. Brigitte Leneke
Di 11:15 - 12:45 G22A-111 Christoph Riethmüller
Mi 7:30 - 9:00 G22A-112 Tim Leitner
Mi 9:15 - 10:45 G22A-112 Karsten Brückner
Mi 11:15 - 12:45 G02-109 Tim Leitner
Do 11:15 - 12:45 G22A-112 Christoph Riethmüller
Do 13:15 - 14:45 G22A-112 Frau Dr. Brigitte Leneke
Fr 11:15 - 12:45 G05-312 Karsten Brückner
Fr 13:00 - 14:30 G22A-111 Frau Dr. Brigitte Leneke

Empfehlenswerte Bücher

Christoph/Hackel: Starthilfe Stochastik. Teubner-Verlag 2002.
Diese Starthilfe basiert zum Teil auf meinen Vorlesungen *Stochastik für Ingenieure*. Aus rechtlichen Gründen darf ich den Text nicht ins Netz stellen, aber die Buchhandlung verkauft Ihnen gerne ein Exemplar für 16,90 Euro. Auf meiner Homepage http://www.math.uni-magdeburg.de/home/christoph/ finden Sie weitere Aufgaben, teilweise mit Lösungshinweisen.

Beichelt/Montgomery (Hrsg.): Teubner-Taschenbuch der Stochastik, Teubner 2003. (Sehr zu empfehlen, nicht nur weil ich ein Mitautor bin.)

Bosch, K.: Elementare Einführung in die angewandte Statistik. Braunschweig: Vieweg-Verlag 2000.

Beichelt, F.: Stochastik für Ingenieure. Teubner, Stuttgart, 1995.

Beyer, O.; Hackel, H.; Pieper, V.; Tiedge, J.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. Stuttgart-Leipzig: Teubner-Verlag 1999.

Henze, N.: Stochastik für Einsteiger. Braunschweig: Vieweg-Verlag 2000.

Lehn, J.; Wegmann, H.: Einführung in die Statistik. Stuttgart: Teubner 2000.

Lehn, J.; Wegmann, H.; Rettig, S.: Aufgabensammlung zur Einführung in die Statistik. Stuttgart: Teubner-Verlag 2001.

Nollau, V.; Partzsch, L.; Storm, R.; Lange, C.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik in Beispielen und Aufgaben. Stuttgart-Leipzig: Teubner 1997.

Storm, R.: Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle. Leipzig: Fachbuchverlag 2001.

Übungsaufgaben befinden sich auch auf meiner Homepage
http://www.math.uni-magdeburg.de/~christop/lehre.htm

Übungsaufgaben zur Vorlesung Stochastik für Ingenieure, SoSe 2005

Serie 1 (Kombinatorik, Ereignisse)

Kombinatorik befasst sich mit **Anordnungs- bzw. Auswahlproblemen**:

Permutationen zu n Elementen (**Anordnungsprobleme**)

Unterscheidbare Elemente	m Gruppen jeweils identischer Elemente
$P_n = n!$	$P_n(k_1, k_2, \ldots, k_m) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_m!}$ mit $\sum_{i=1}^{m} k_i = n$

Auswahl von k Elementen aus n unterscheidbaren Elementen (**Auswahlprobleme**)

mit Berücksichtigung der Reihenfolge **Variationen** zu k Elementen		ohne Berücksichtigung der Reihenfolge **Kombinationen** zu k Elementen	
ohne Wiederholungen	mit Wiederholungen	ohne Wiederholungen	mit Wiederholungen
$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	${}^wV_n^k = n^k$	$C_n^k = \binom{n}{k}$	${}^wC_n^k = \binom{n+k-1}{k}$

1. In wie vielen Permutationen der acht Elemente 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 stehen die Elemente 2, 4, 6, 8 nebeneinander und zwar
(a) in der angegebenen Reihenfolge, bzw. (b) in beliebiger Reihenfolge?

2. Gegeben sei eine Menge M mit $M = \{1; 2; 3; 4\}$. Wie viele verschiedene Zahlen lassen sich aus den Elementen von M bilden, wenn es sich um

   (a) vierstellige Zahlen ohne Wiederholungen von Ziffern handelt,

   (b) zweistellige Zahlen ohne Wiederholungen von Ziffern handelt,

   (c) zweistellige Zahlen mit Wiederholungen von Ziffern handelt,

   (d) achtstellige Zahlen handelt, die dreimal die 1, zweimal die 2 und zweimal die 3 enthalten?

3. Eine Lieferung von 30 durchnummerierten Geräten enthält 5 fehlerhafte Geräte. Nacheinander (ohne Zurücklegen) werden 6 Geräte ausgewählt und geprüft.
(a) Wie viele verschiedene Stichproben sind möglich?
(b) Wie viele Stichproben gibt es, die genau 3 fehlerhafte Geräte enthalten?
(c) Wie viele Stichproben gibt es, die wenigstens 1 fehlerhaftes Gerät enthalten?

4. Ein Fußballverein absolviert in einer Saison 34 Spiele. Die Mannschaft gewinnt 20 Spiele, 10 werden verloren und 4 gehen unentschieden aus.
   Auf wie viele Arten könnte dieses Resultat entstanden sein?

5. Fünf nicht unterscheidbare Kugeln sollen auf drei Kästchen verteilt werden. Gesucht ist die Anzahl der verschiedenen Aufteilungen.

6. Die Qualität von 10 Erzeugnissen wird überprüft („Gut-schlecht-Prüfung“).
   (a) Wie viele verschiedene Prüfungsprotokolle sind insgesamt möglich?
   (Als Beispiel sei das Protokoll $g, s, s, g, s, g, g, s, g, g$ angegeben.)
   (b) Wie viele Protokolle enthalten das Element g genau sechsmal?
   (c) Wie viele Protokolle enthalten das Element g genau k-mal ($k = 0, 1, \ldots, 10$)?

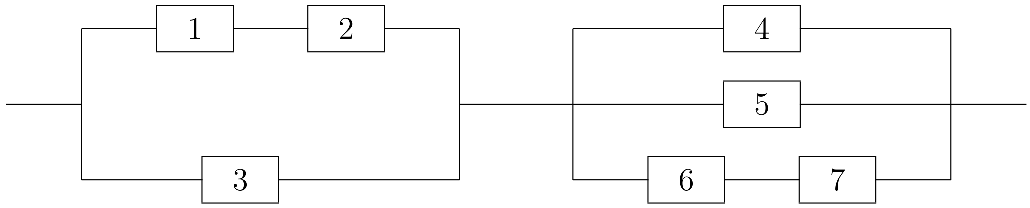
7. Acht Sportler nehmen an einem Endlauf teil. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Namen der drei Erstplatzierten (a) in beliebiger Reihenfolge,
   (b) in der richtigen Reihenfolge vorherzusagen?

8. Gegeben sei die Menge E mit den Elementen $E_1, E_2, \ldots, E_n$. Zeigen Sie, dass die Potenzmenge von E 2^n Elemente enthält!

9. A_i bedeute, dass die i-te Maschine ($i = 1; 2; 3$) während der Zeit t ausfällt. Erfassen Sie formelmäßig (unter Verwendung der üblichen Mengenoperationen) die Ereignisse:
   (a) Keine Maschine fällt aus.
   (b) Mindestens eine Maschine fällt aus.
   (c) Mindestens eine Maschine fällt nicht aus.
   (d) Nur die dritte Maschine fällt aus.
   (e) Genau eine Maschine fällt aus.

10. Vier Erzeugnisse werden geprüft. Geben Sie mit Hilfe der Ereignisse $A = \{$*Mindestens ein Stück ist einwandfrei.*$\}$ und $B = \{$*Höchstens ein Stück ist einwandfrei.*$\}$ in Worten die Bedeutung folgender Ereignisse an: $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cup B$, $A \cap B$, $\overline{A} \cap B$, $\overline{A} \cap \overline{B}$ und $A \setminus B$!

11. Ein System (Zuverlässigkeitsersatzschaltung) hat folgende Struktur:



   Das Ereignis A_i bedeute, dass das i-te Bauelement ($i = 1, 2, \ldots, 7$) während der Zeit t nicht ausfällt, und S, dass das System nicht ausfällt. Drücken Sie die Ereignisse S und $\bar{S}$ durch die Ereignisse A_i aus!

12. Bei 300 Würfen mit einem Würfel traten die Augenzahlen k mit folgenden absoluten Häufigkeiten $h_{300}(k)$ für $k = 1, \ldots, 6$ auf:

k	1	2	3	4	5	6
$h_{300}(k)$	42	57	53	45	54	49

Für die Ereignisse $A = \{\textit{Eine Eins erscheint.}\}$, $B = \{\textit{Mindestens eine Drei wird gewürfelt.}\}$ und $C = \{\textit{Eine gerade Zahl erscheint.}\}$ sowie für $\overline{B}$, $A \cup B$ und $B \cup C$ sollen die relativen Häufigkeiten $H_{300}(.)$ sowie die bedingten relativen Häufigkeiten $H_{300}(B|C)$ und $H_{300}(C|B)$ bestimmt werden.

13. Zeigen Sie, dass die relative Häufigkeit $H_n(\cdot)$ folgende Eigenschaften besitzt: Für alle natürlichen Zahlen n gilt
(a) $H_n(\emptyset) = 0\,,$ (b) $H_n(\bar{A}) = 1 - H_n(A)$,
(c) $H_n(A \cup B) = H_n(A) + H_n(B) - H_n(A \cap B)$.
Dabei sind A und B beliebige Ereignisse eines Zufallsexperimentes.

14 Eine Münze wird viermal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die „Zahl"
(a) genau zweimal, (b) höchstens einmal,
(c) mindestens einmal oben liegt?

15. Unter 20 Losen befinden sich genau zwei Gewinnlose. Auf „gut Glück" zieht man drei Lose. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man

(a) genau ein Gewinnlos, (b) beide Gewinnlose,

(c) höchstens ein Gewinnlos?

16. In einem Behälter liegen 20 Maschinenteile, davon sind 6 fehlerhaft. Es werden willkürlich nacheinander und ohne Zurücklegen 4 Teile ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass solch eine Stichprobe

(a) genau 2 fehlerhafte Stücke,

(b) höchstens ein fehlerhaftes Stück,

(c) mindestens ein fehlerfreies Stück enthält?

17. In einer Urne sind 3 schwarze und 2 weiße Kugeln. Es werden gleichzeitig 2 Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

(a) eine schwarze Kugel gezogen wird,

(b) zwei schwarze Kugeln gezogen werden,

(c) wenigstens eine schwarze Kugel gezogen wird?