

Übungsaufgaben zur Vorlesung Stochastik für Ingenieure, SoSe 2008

Serie 5 (Wiederholungsaufgaben, Normalverteilung, Zentraler Grenzwertsatz)
Zum Üben und zur Selbstkontrolle finden Sie die Stochastik-Anteile der Klausuren von 2005 (mit Lösungen) auf meiner Homepage
<http://www.math.uni-magdeburg.de/home/christoph/>

78. Die Qualität der Kugeln für Kugellager wird auf folgende Weise kontrolliert: Fällt die Kugel durch die Öffnung mit dem Durchmesser d_2 , jedoch nicht durch die Öffnung mit dem Durchmesser d_1 ($d_1 = 4,9$ mm; $d_2 = 5,1$ mm), so ist die Kugel normgerecht. Wird eine der beiden Bedingungen nicht eingehalten, ist die Kugel Ausschuß. Es ist bekannt, dass der Durchmesser X der Kugel durch eine normalverteilte Zufallsgröße mit den Parametern

$$\mu = \frac{d_1 + d_2}{2} \text{ und } \sigma = \frac{d_2 - d_1}{4}$$

beschrieben werden kann. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine beliebige Kugel sich als Ausschuß erweist!

79. Auf einer Maschine werden Bolzen gefertigt. Die Maßzahl der (in cm gemessenen) Länge der Bolzen kann als Zufallsgröße X angesehen werden, die normalverteilt mit dem Erwartungswert $E(X) = \mu = 10$ ist. Ein Bolzen wird als qualitätsgerecht angesehen, wenn seine Länge mindestens 9,8 cm und höchstens 10,2 cm beträgt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bolzen qualitätsgerecht ist, beträgt 0,9546. Ein Bolzen gehört der Güteklasse 1 an, wenn er eine Länge zwischen 9,87 cm und 10,16 cm besitzt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein qualitätsgerechter Bolzen der Güteklasse 1 angehört?
80. Getreu der Just-in-Time-Devisen, gemäß der die Zulieferer flexibel und kurzfristig reagieren sollen, hält ein PKW-Produzent nur eine geringere Anzahl von Anlassern auf Lager. Bei Bedarf wird dem Zulieferer eine telefonische Order übermittelt. Spätestens 10 Stunden nach der Bestellung sind die Anlasser dann im PKW-Werk. Innerhalb dieser 10 Stunden schwankt die Lieferfrist X gemäß der Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} - \frac{x}{50} & \text{für } 0 \leq x \leq 10. \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Berechnen Sie a) den Erwartungswert, b) die Standardabweichung, c) den Median und d) das 90 %-Quantil (d. h. das 0,9-Quantil) der Lieferfrist.

81. Eine Maschine produziert elektrische Widerstände. Die Maßzahlen der produzierten Widerstände sind normalverteilt mit $\mu = 150$, $\sigma = 2$ (Angaben in Ohm).

- a) Wie hoch ist der Ausschußanteil, wenn Widerstände von 150 Ohm mit den Toleranzen ± 4 Ohm benötigt werden?
- b) Wie hoch ist der Ausschußanteil, wenn sich die Einstellung der Maschine auf den Mittelwert $\mu = 152$ Ohm verändert?

Bemerkung: In der ursprünglichen Aufgabe stand, dass die Chebyshev Ungleichung anzuwenden sei. Da die Verteilungsfunktion gegeben, ist ein direktes Berechnen möglich und einer Abschätzung immer vorzuziehen.

82. Für eine Veranstaltung werden Freikarten für die Ehrenplätze verteilt. Erfahrungsgemäß nutzen 20 % der geladenen Gäste unabhängig voneinander die Freikarte nicht aus.

- a) Es stehen 304 Ehrenplätze zur Verfügung. Wie viele Freikarten dürfen höchstens ausgegeben werden, damit der Veranstalter mit höchstens 2,275 % in Verlegenheit gerät?
- b) Es werden 400 Freikarten ausgegeben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 320 Ehrenplätze bei der Veranstaltung belegt sind?
- c) Es werden 196 Freikarten verteilt. Wie viele Ehrenplätze genügt es bereitzustellen, wenn der Veranstalter mit mindestens 97,725% sichergehen will, dass alle, die die Einladung annehmen, auch einen Ehrenplatz vorfinden?
- d) Es werden 225 Freikarten ausgegeben und 180 Ehrenplätze eingerichtet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird es Freikarteninhaber geben, die vergeblich einen Ehrenplatz suchen?

83. Bei einem Massenartikel sind 10% fehlerhaft. 5 Stück werden überprüft.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass davon höchstens ein Stück fehlerhaft ist?
- b) Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Lieferung vom Umfang 400 die Anzahl der fehlerhaften Stücke zwischen 28 und 52 liegt!