Fakultät für Mathematik 22.07.2005
Institut für Mathematische Stochastik, Prof. Dr. G. Christoph

Name: .... Studiengang: ....
Mat.-Nr.: ....

Klausur Mathematik I/II für Ingenieure

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe	Note
Punkte (Soll)	7	8	12	7	8	15	5	8	70	-
Punkte (Ist)										

Zugelassene Hilfsmittel: 2 A4-Blatt handgeschriebene Nachschriften, Tabelle der Standardintegrale, Taschenrechner.
Hinweise: Gewertet werden nur Lösungen, deren Rechengang logisch nachvollziehbar ist.
Oben auf das Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt Name, Matrikelnummer und Studiengang schreiben.
Am Ende der Klausur das Aufgabenblatt in der Mitte falten. Legen Sie Ihre Lösungsblätter in das gefaltete Aufgabenblatt. Alternativ kann auch das Aufgabenblatt mit den dazugehörigen Lösungsblättern zusammengeheftet werden.

1a.) (4 Punkte) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von

$$z = \frac{4+2i}{(1-2i)^2+8i} \quad !$$

1b.) (3 Punkte) Ermitteln Sie alle Lösungen der Gleichung $z^4 + 81 = 0$ und stellen Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene dar!

2.) (8 Punkte) Lösen Sie die Matrizengleichungen:

$$AX - BX = B + 2X \quad \text{mit} \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} .$$

Bitte wenden

3.) (3 + 5 + 4 Punkte) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & a \end{bmatrix} \quad !$$

α) Für welche rellen Werte a besitzt die Matrix A keine Inverse?
β) Lösen Sie für $a = -2$ die Eigenwertaufgabe $Ax = \lambda x$ und geben Sie für den größten Eigenwert den zugehörigen Eigenvektor an!
(Hinweis: Falls Sie die Eigenwerte nicht berechnen konnten, berechnen Sie den Eigenvektor zu $\lambda = 1$.)
γ) Für $a = 1$ berechne man A^{-1}.

4.) (7 Punkte) Vom Punkt $P_0 = (1, 2, 1)$ wird auf die Ebene $x - 2y + z - 7 = 0$ das Lot gefällt. Man ermittle den Durchstoßpunkt des Lotes und bestimme den Abstand des Punktes P_0 von der gegebenen Ebene.

5.) (8 Punkte) Der Querschnitt eines Abwasserkanals habe die Form eines Halbkreises mit aufgesetztem Rechteck. Der **Umfang** des Querschnittes soll 10 m betragen. Für welchen Halbkreisradius r wird der **Flächeninhalt** des Querschnittes am größten?
(Hinweis: Kreisumfang $U(r) = 2\,\pi\,r$ und Kreisfläche $A(r) = \pi\,r^2$)

6.) (4+5+6 Punkte)

a) Bestimmen Sie die erste Ableitung von $f(x) = \dfrac{2^x}{\sin x \,-\, \ln x}$.

b) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x^3 \,-\, 1}$ und $\lim\limits_{x \to 0} (1 + \sin x\,)^{2/x}$.

c) Berechnen Sie die Integrale $\int\limits_4^9 \dfrac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}\, dx$ und $\int \dfrac{8}{(x\,+\,1)^2\,(x\,-\,2)}\, dx$.

7.) (5 Punkte) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve mit der Parameterdarstellung

$$x(t) = t\,\ln t\,, \quad y(t) = t\,e^{2\,t\,-\,2} \quad \text{für den Parameterwert} \quad t = 1\ !$$

8.) (8 Punkte) Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$y' - 2\,x\,y = 4\,x^3 \quad \text{mit} \quad y(0) = 3\ !$$