Fakultät für Mathematik,
Prof. Dr. G. Christoph 23.03.2010

Name: .... Studiengang: ....

Mat.-Nr.: ....

Klausur Stochastik für Ingenieure (FMB, FVST)

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe	Note
Punkte (Soll)	6	5	5	4	4	24	
Punkte (Ist)							

Hinweise: Gewertet werden nur Lösungen, deren Rechengang logisch nachvollziehbar ist. Auf dieses Aufgabenblatt (oben) und auf jedes Lösungsblatt *Name, Matrikelnummer und Studiengang* schreiben.

1) (6 Punkte) Für ein Großlabor werden drei Analysegeräte gekauft. Diese haben unterschiedliche Qualitätseigenschaften. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese länger als 6000 Stunden ausfallfrei arbeiten, betragen jeweils 0.8, 0.9, 0.7. X sei die Anzahl der Analysegeräte, die länger als 6000 Stunden ausfallfrei arbeiten. Bestimmen Sie:

   a) die Verteilungstabelle von X,

   b) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass wenigstens ein Gerät länger als 6000 Stunden ausfallfrei arbeitet,

   c) die Verteilungsfunktion von X und ihren Graphen sowie

   d) den Erwartungswert der Zufallsgröße X.

2) (5 Punkte) Die mittlere Lebensdauer eines sehr empfindlichen Maschinenteils betrage 50 h mit Standardabweichung 30 h. Fällt dieses Teil aus, wird es automatisch und unabhängig von diesem ohne Zeitverlust durch ein völlig gleichartiges Reserveteil ersetzt.

   a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Produktion bereits während der ersten 4000 Stunden nicht mehr aufrecht erhalten werden kann, wenn lediglich 80 Reserveteile vorrätig sind?

   b)Wie viele Reserveteile sind erforderlich, damit die Produktion mit 95 %-iger Wahrscheinlichkeit mindestens 5000 Stunden aufrechterhalten werden kann?
   Hinweis: Betrachten Sie die Summe der Lebensdauern und wenden Sie den zentralen Grenzwertsatz an.

(Bitte Wenden)

3) (5 Punkte) Es sei X eine stetige Zufallsgröße mit der Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{10} + \frac{1}{20} & \text{für } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Zeigen Sie, dass $f_X(x)$ eine Dichtefunktion ist.

b) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion $F_X(t)$.

c) Berechnen Sie $P(X \leq 2)$, $P(1 < X \leq 2)$, $P(X \geq 1 | X \leq 2)$ sowie den Erwartungswert $E(X)$.

4) (4 Punkte) Es seien X_1 und X_2 unabhängige normalverteilte Zufallsgrößen. Zu X_1 gehören die Parameter $\mu_1 = 25$ und $\sigma_1 = 1$ und zu X_2 die Parameter $\mu_2 = 27$ und $\sigma_2 = 2$.

a) Man berechne die Wahrscheinlichkeiten $P(X_2 \leq 23)$ u. $P(|X_2 - 27| \leq 5)$.

b) Wie ist die Zufallsgröße $Z = 6X_1 - 4X_2$ verteilt? Wir wissen, dass Linearkombinationen normalverteilter Zufallsgrößen wieder normalverteilt sind, berechnen Sie die Parameter μ_Z und σ_Z^2!

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(22 \leq Z < 60)$.

5) (4 Punkte)Bei einem Sportler ergab ein Dopingtest auf ein bestimmtes Dopingmittel ein positives Ergebnis.
Erfahrungsgemäß sind in der betreffenden Sportart 2 % aller Sportler mit dem Dopingmittel gedopt.
Bei gedopten Sportlern liefert der Test in 95 % der Fälle einen positiven Befund, d.h. ein richtiges Ergebnis („richtig positiv“).
Bei nicht gedopten Sportlern liefert der Test in 0.5 % der Fälle einen positiven Befund, d.h. ein falsches Ergebnis („falsch positiv“).

Berechnen Sie unter diesen gegebenen Modellannahmen die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass der Sportler tatsächlich gedopt hat.