Zulassungsklausur Mathematik I für Ingenieure

für die Studiengänge BSYT, CPG, MB, MTK, MSPG, UEPT und VT

vom 01.12.2007

1. **(3 Punkte)** Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von

$$z = \frac{4+2i}{(1-2i)^2+8i} \quad !$$

2. **(4 Punkte)** b) Ermitteln Sie alle Lösungen der Gleichung $z^4 + 16 = 0$! Skizzieren Sie die Lösungen in der Gaußschen Zahlenebene!

3. **(5+1+2 Punkte)** Gegeben ist das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & - & x_2 & + & 2\,x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ 3\,x_1 & - & 4\,x_2 & + & 7\,x_3 & + & 4\,x_4 & = & 6 \\ 3\,x_1 & - & 5\,x_2 & + & 9\,x_3 & - & x_4 & = & -7 \\ 2\,x_1 & - & 3\,x_2 & + & 6\,x_3 & - & 3\,x_4 & = & -9 \end{array}$$

a) Lösen Sie das gegebene Gleichungssystem!
b) Wie groß ist der Rang der entsprechenden Koeffizientenmatrix?
c) Welche Lösung hat das System, wenn zusätzlich $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$ gefordert wird?

4. **(7 Punkte)** Lösen Sie die Eigenwertaufgabe $Ax = \lambda x$ für

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad !$$

Geben Sie für den größten Eigenwert λ den zugehörigen Eigenvektor x_λ an!
Hinweis: Falls Sie wider Erwarten die Eigenwerte der Matrix A nicht ermitteln können, bestimmen Sie den Eigenvektor x_0 zum Eigenwert $\lambda = 0$.

5. **(6 Punkte)** Lösen Sie die Matrizengleichung

$$X \cdot A - X = C^T - 3\,X \cdot B$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

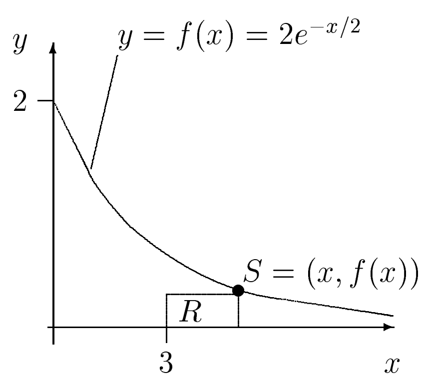
6. **(4+3+3+3 Punkte)** Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = (4, 2, 3)$, $\vec{b} = (7, 4, 2)$ und $\vec{c} = (7, u, 8)$, wobei u eine reelle Zahl ist.
a) Für welche Werte u sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ linear unabhängig?
b) Für welche Werte u steht der Vektor $\vec{c}$ senkrecht zum Vektor $\vec{b} - \vec{a}$?
c) Wie groß ist der Flächeninhalt des von den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms?
d) Geben Sie eine Darstellung der durch die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Ebene E an, die den Punkt $(1\,,\,2\,,\,3)$ enthält!

Zulassungsklausur Mathematik II für Ingenieure

für die Studiengänge BSYT, CPG, MB, MTK, MSPG, UEPT und VT

vom 01.12.2007

1. **(5 Punkte)**
Es sei $y = f(x) = 2 \cdot e^{-x/2}$ eine gegebene Funktion. Der Punkt $P(3, 0)$ sei der linke untere Eckpunkt eines achsenparallelen Rechtecks. Der rechte obere Eckpunkt $S = (x, y)$ liege auf dem Graph $\{(x, y) : y = f(x), x \in [0\,,\,\infty)\}$ der Funktion $y = f(x)$. Wie muss S gewählt werden, damit der Flächeninhalt des Rechtecks R maximal wird?



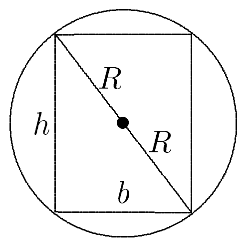
2. **(7 Punkte)** Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung von

$$f(x) = (1 + \cos x)^{2x^2} \quad \text{und} \quad g(x) = \sqrt{\sin^2(2x) + x}\,.$$

3. **(8 Punkte)** Bestimmen Sie jeweils die Grenzwerte

$$\lim_{x \to 0} \frac{x - 2\,\sin(x/2)}{x - \sin x} \quad \text{und} \quad \lim_{x \to 0} (\cos x + x^2)^{(1/x^2)}.$$

4. **(5 Punkte)**
a) Aus einem zylindrischen Stamm mit Radius R soll ein Balken mit rechteckigem Querschnitt geschnitten werden (siehe Skizze). Wie sind die Höhe h und die Breite b des Balkens zu wählen, damit das Trägheitsmoment $I = \frac{1}{12}\, b\, h^3$ maximal wird.



5. **(6 Punkte)** Bestimmen Sie mit Hilfe des totalen Differentials den relativen Fehler für das Widerstandsmoment $W(b, h) = \frac{1}{6}\, b\, h^2$ eines Balkens mit

rechteckigem Querschnitt, dessen Höhe h mit einem relativen Fehler von 8% und dessen Breite b mit einem relativen Fehler von 5% gemessen wurden.

6. **(7+1+2 Punkte)** Gegeben sei die Funktion

$$z = f(x, y) = 2\,x^3 \;+\; 4\,x\,y \;-\; 2\,y^3 \;+\; 5\,.$$

a) Man berechne die relativen Extrema und/oder Sattelpunkte der Funktion $z = f(x, y)$.
b) In welcher Richtung hat der Graph der Funktion $z = f(x, y)$ an der Stelle $(1\,,\,-1)$ den größten Anstieg?
c) Bestimmen Sie die Tangentialebene zur Oberfläche $z = f(x, y)$ im Berührungspunkt $P_0 = (1\,,\,-1\,,\,f(1, -1))$.