Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Stochastik
Prof. Dr. G. Christoph

22.07.2005

Name: .... Studiengang: ....
Mat.-Nr.: ....

Klausur Mathematik III/IV für Ingenieure, Teil Stochastik

Aufgabe	5	6	7	8	5 - 8	1 - 4	Summe	Note
Punkte (Soll)	4	6	6	8	24	30	54	-
Punkte (Ist)								

Zugelassene Hilfsmittel: 1 A4-Blatt handgeschriebene Nachschriften zur Stochastik, Tabelle der Normalverteilung, Taschenrechner.
Hinweise: Gewertet werden nur Lösungen, deren Rechengang logisch nachvollziehbar ist.
Oben auf beide Aufgabenblätter und auf jedes Lösungsblatt Name und Studiengang schreiben.
Bitte trennen Sie die Lösungsblätter mit den Aufgaben 1-4 und denen der Aufgaben 5-8.
Am Ende der Klausur die Aufgabenblätter in der Mitte falten. Legen Sie Ihre Lösungsblätter zu den Aufgaben 1-4 und die zu den Aufgaben 5-8 in das dazugehörige gefaltete Aufgabenblatt. Alternativ kann auch das jeweilige Aufgabenblatt mit den dazugehörigen Lösungsblättern zusammengeheftet werden.

Aufgaben 5 - 8

5.) (4 Punkte) Ein Händler bezieht Wellen von drei Betrieben, und zwar 40% aus Betrieb 1 und 50% aus Betrieb 2. Die Ausschussquoten sind 5% im Betrieb 1, 2% im Betrieb 2 und 10% im Betrieb 3.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Welle defekt?
b) Eine zufällig ausgewählte Welle erweist sich als defekt. Um diese defekte Welle zu reklamieren, bestimme man die bedingten Wahrscheinlichkeiten, dass die defekte Welle aus Betrieb 1, 2 oder 3 stammt!
Bitte wenden.

6.) (6 Punkte) Die Zufallsgröße X nehme die Werte 1, 2 und 3 und die Zufallsgröße Y die Werte 1 und 2 an.
Dabei seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt:

$P(X=1) \,=\, 0.5\,, \quad P(X=2) \,=\, 0.3\,, \quad P(Y=1) \,=\, 0.7\,,$

$P(X=1\,,\,Y=1) \,=\, 0.35\,, \quad P(X=3\,,\,Y=1) \,=\, 0.2\ .$

a) Man stelle die Verteilungstabelle für den zufälligen Vektor $(X\,,\,Y)$ auf!

b) Sind X und Y unabhägig? (Begründung!)

c) Man berechne $E(X)$, $E(Y)$ und $D^2(Y)$!

d) Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 2 \,|\, Y=1)$!

7.) (6 Punkte) Gegeben ist die Dichtefunktion einer Zufallsgröße X:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x \leq 2 \\ c\,(x-2)(4-x) & \text{für} \quad 2 < x \leq 4 \\ 0 & \text{für} \quad x > 4 \end{cases} \ .$$

a) Man berechne den Parameter c !
b) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion $F_X(t)$, die Wahrscheinlichkeiten $P(X > 2.5)$ und $P(X=3)$, die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(3 < X \leq 5 \,|\, X > 2.5)$ sowie den Erwartungswert $E(X)$.
Falls Sie wider Erwarten den Teil a) nicht lösen konnten, so können Sie in b) die Ergebnisse eventuell in Abhängigkeit von c angeben.)

8a.) (3 Punkte) Die Zufallsgrößen X_1 und X_2 seien unabhängig und standardnormalverteilt. Bestimmen Sie für die Zufallsgröße $Z = 2\,X_1 - 3\,X_2 + 5$ die Streuung $D^2(Z)$ und den Korrelationskoeffizienten
$\varrho = cov(X_2\,,\,Z)\,/\,\sqrt{D^2(X_2)\,D^2(Z)} = [E(X_2\,Z) - E(X_2)\,E(Z)]\,/\,\sqrt{D^2(X_2)\,D^2(Z)}\ .$

8b.) (5 Punkte) In der Rezeption eines großen Hotels mit 180 Zimmern weiss man, dass im Mittel 15% der Zimmerbuchungen für ein bestimmtes Wochenende nicht wahrgenommen werden. Um die Zahl der freien Zimmer nicht zu groß werden zu lassen, werden mehr als 180 Reservierungen angenommen. Dabei nehme man an, dass die individuellen Entscheidungen über das Wahrnehmen der Buchungen unabhängig getroffen werden.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle erscheinenden Personen, die ein Zimmer gebucht haben, auch eins belegen können, wenn 205 Buchungen entgegengenommen wurden?
b) Wie viele Reservierungen dürfen höchstens vorgenommen werden, damit die entsprechende Wahrscheinlichkeit mindestens 99% beträgt?