Fakultät für Mathematik
Institut für Mathematische Stochastik
Prof. Dr. G. Christoph

Magdeburg, 15. Dezember 2006

Zulassungsklausur Mathematik I für Ingenieure für die Studiengänge BSYT, MSPG, UEPT, VT und Irrläufer

1. (5+8 Punkte) Ermitteln Sie die Lösungsmengen folgender Ungleichungen:

   a) $\dfrac{(x-1)(x+1)}{x-2} > 0$. b) $|x-1| + |x| < 3$.

2. (5+8 Punkte) a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von

   $$z = \frac{1 + i^2 + (5+2i)(3-i)}{(1-2i)^2 + 8i} \quad !$$

   b) Ermitteln und skizzieren Sie alle Lösungen der Gleichung

   $$(1-i)z^3 - 8 - 8i = 0 .$$

3. (9 Punkte) Lösen Sie die Matrizengleichungen:

   $$AX - 3B = A^T + 2X \quad \text{mit} \quad A = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} .$$

4. (4+4+4 Punkte) Gegeben sei die Matrix

   $$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad !$$

   a) Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1}, falls diese existiert!
   b) Ermitteln Sie alle Eigenwerte der Matrix A!
   c) Geben Sie zum größten Eigenwert einen zugehörigen Eigenvektor an!
   (**Hinweis:** Falls Sie die Eigenwerte nicht berechnen können, lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = \lambda x$ mit $\lambda = -1$.)

5. (4+3+4 Punkte) Man entscheide, für welche Werte a und b das Gleichungssystem

   $$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & bz & = & 1 \\ x & + & by & + & 3z & = & 2a \\ x & + & y & + & 2z & = & a \end{array}$$

   α) Genau eine Lösung,
   β) keine Lösung,
   γ) unendlich viele Lösungen besitzt.
   Geben Sie im Fall γ) alle Lösungen an!

18. Dezember 2006(blau)

1. (5+8 P.) Ermitteln Sie die Lösungsmengen folgender Ungleichungen:

   a) $\dfrac{(x-2)(x+3)}{x-1} < 0$. b) $|x+2| + |x-1| > 5$.

2. (5+8 Punkte) a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von

$$z = \frac{i^2 - 2 + (4+3i)(1-2i)}{(2-2i)^2 + 6} \quad !$$

   b) Ermitteln und skizzieren Sie alle Lösungen der Gleichung

$$(2+i)z^3 + 16 + 8i = 0\,.$$

3. (9 Punkte) Lösen Sie die Matrizengleichungen:

$$AX - 2B^T = A + 2X \quad \text{mit} \quad A = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}\,.$$

4. (4+4+4 Punkte) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad !$$

   a) Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1}, falls diese existiert!
   b) Ermitteln Sie alle Eigenwerte der Matrix A!
   c) Geben Sie zum größten Eigenwert einen zugehörigen Eigenvektor an!
   (**Hinweis:** Falls Sie die Eigenwerte nicht berechnen können, lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = \lambda x$ mit $\lambda = -1$.)

5. (4+3+2+2 Punkte) Man entscheide, für welche Werte a und b das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & bz & = & 2 \\ 2x & + & by & + & 9z & = & a \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 2a \end{array}$$

   α) Genau eine Lösung,
   β) keine Lösung,
   γ) unendlich viele Lösungen besitzt.
   δ) Lösen Sie das Gleichungssystem für $a = 2$, $b = 4$

18. Dezember 2006(weiß)

1. (5+8 Punkte) Ermitteln Sie die Lösungsmengen folgender Ungleichungen:

   a) $\dfrac{(x-3)(x+2)}{x+1} > 0$. b) $|x+2| + |x-1| < 5$.

2. (5+8 Punkte) a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von

$$z = \frac{-i^2 + 3 + (4+2i)(2-i)}{(2+i)^2 + 6} \quad !$$

   b) Ermitteln und skizzieren Sie alle Lösungen der Gleichung

$$(1+2i)z^3 - 16 + 8i = 0\,.$$

3. (9 Punkte) Lösen Sie die Matrizengleichungen:

$$XA - 2B^T = A + 2X \quad \text{mit} \quad A = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

4. (4+4+4 Punkte) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -1 \end{bmatrix} \quad !$$

   a) Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1}, falls diese existiert!
   b) Ermitteln Sie alle Eigenwerte der Matrix A!
   c) Geben Sie zum größten Eigenwert einen zugehörigen Eigenvektor an!
   (**Hinweis:** Falls Sie die Eigenwerte nicht berechnen können, lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = \lambda x$ mit $\lambda = -1$.)

5. (4+3+2+2 Punkte) Man entscheide, für welche Werte a und b das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & + & bz & = & 2 \\ 2x & + & by & + & 9z & = & a \\ -x & + & (2-b)y & - & 6z & = & a \end{array}$$

   α) Genau eine Lösung,
   β) keine Lösung,
   γ) unendlich viele Lösungen besitzt.
   δ) Lösen Sie das Gleichungssystem für $a = 1$, $b = 3$