

### Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II

83. Gesucht sind der größtmögliche Definitionsbereich und der zugehörige Wertebereich von

a)  $y = \frac{x+1}{x^2+3x+2}$     b)  $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$     c)  $y = \ln(2-4\sin^2 x)$   
d)  $y = \ln(3-\sqrt{x+7})$     e)  $\sqrt{\ln \frac{5x-x^2}{4}}$     d)  $y = \sqrt{|x-1|-x}$

84. Bestimmen Sie

a)  $f(x-1)$ ,  $f(x)-1$ ,  $-f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $2f(x)$ ,  $f(2x)$ , wenn  $f(x) = x\sqrt{x+1}$  ist,  
b)  $f[f(x)]$ ,  $g[f(2)]$ ,  $f[g(x)]$ ,  $g[\pi f(2)]$ , wenn  $f(x) = x^3 - x$  und  $g(x) = \sin 2x$  sind!

85. Welche Funktionen sind gerade bzw. ungerade?

a)  $f(x) = x \cdot \sin x$     b)  $f(x) = x^2 \cdot \sin x$     c)  $f(x) = x + \sin 2x$   
d)  $f(x) = x(e^x + e^{-x})$     e)  $f(x) = \ln \frac{x^2-1}{x^2+1}$     f)  $f(x) = \ln \frac{4+x}{4-x}$

86. Sind folgende Funktionen  $y = f(x)$  periodisch? Wenn ja, bestimmen Sie die kleinste Periode  $p$ !

a)  $y = \cos(2 - \pi x)$     b)  $y = 3e^{\cos 4x}$   
c)  $y = \sinh(x + \sin x)$     d)  $y = \ln(2\sin^2 x + 1)$

87. Skizzieren Sie die periodischen Funktionen:

a)  $y = x^2$  ( $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) mit der Periode  $\pi$   
b)  $y = 1 - 2|x|$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) mit der Periode 2

88. Welche der nachfolgenden Ausdrücke sind sinnvoll?

a)  $\arcsin \frac{\pi}{3}$     b)  $\cos^2 \frac{\pi}{12}$     c)  $\arccos \left[ \frac{1}{2} \left( e + \frac{1}{e} \right) \right]$   
d)  $\tan^2(\arccos 0)$     e)  $\arcsin(x^2 + x + 2)$     f)  $\arcsin(\sin x + 1)$

89. Man vereinfache und skizziere!

a)  $y = f(x) = \arcsin(\sin x)$ ,  $x \in [-\pi; \pi]$   
b)  $y = f(x) = \cos(\arcsin x)$ ,  $x \in [-1; 1]$

90. Welche Ausdrücke sind definiert? Vereinfachen Sie diese!

- a)  $\operatorname{arsinh}\left(\frac{e}{2} - \frac{1}{2e}\right)$    b)  $\operatorname{arsinh} 0$    c)  $\operatorname{arcosh} 0$   
d)  $\operatorname{artanh} 0$    e)  $\operatorname{artanh} \frac{e^2 - 1}{e^2 + 1}$

91. Geben Sie die Umkehrfunktionen an von:

- a)  $y = f(x) = \frac{x-2}{x+4}$  ,  $x \neq -4$   
b)  $y = f(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1}$  ,  $x \geq 0$   
c)  $y = g(s) = \ln \sqrt{\frac{4s+3}{3s-2}}$  ,  $s > \frac{2}{3}$   
d)  $y = f(x) = \sin x$  ,  $x \in \left[\frac{5}{2}\pi; \frac{7}{2}\pi\right]$

92. Man zerlege in Linearfaktoren und fertige eine Grobskizze der zugehörigen Graphen an !

- a)  $y = x^3 + x^2 - 8x - 12$ ,   b)  $y = x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4$   
c)  $y = (x^6 - 25x^4)(x^2 - 4)(x - 5)^3$

93. Ermitteln Sie Nullstellen, Pole, Lücken und Asymptoten der folgenden Funktionen und skizzieren Sie die zugehörigen Kurven!

- a)  $y = \frac{2}{x-1}$    b)  $y = \frac{x+1}{x^2-1}$    c)  $y = \frac{2}{x^2+1}$   
d)  $y = \frac{4(x-2)}{(x+1)^2}$    e)  $y = \frac{2x^2+4}{4-x^2}$    f)  $y = \frac{x^4-1}{x}$   
g)  $y = \frac{x(x-1)^2}{(x-1)(x+1)(x+2)}$    h)  $y = \frac{x^4-8x^2+16}{(x^2-3x-10)(x+1)}$

94. Man berechne die Grenzwerte der folgenden Funktionen:

- a)  $\lim_{x \rightarrow -0} e^{1/x}$    b)  $\lim_{x \rightarrow +0} e^{1/x}$    c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$   
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$    e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2+x-3x^3}{4+x^2+6x^3}$    f)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{4}{x-3} - \frac{3}{x^2-9}\right)$

95. Ermitteln Sie die Unstetigkeitsstellen und skizzieren Sie die Bilder der Funktionen:

- a)  $y = \frac{1}{1+4^{1/x}}$    b)  $y = \frac{x^3-x^2}{2|x-1|}$   
c)  $y = \arctan \frac{5}{5-x}$    d)  $f(x) = \begin{cases} |x-1| & \text{für } |x| < 2 \\ 2 & \text{für } |x| = 2 \\ 3 & \text{für } |x| > 2 \end{cases}$