Fakultät für Mathematik,Institut für Mathematische Stochastik
Prof. Gerd Christoph

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II

83. Gesucht sind der größtmögliche Definitionsbereich und der zugehörige Wertebereich von

a) $y = \dfrac{x+1}{x^2+3x+2}$ b) $y = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ c) $y = \ln(2 - 4\sin^2 x)$

d) $y = \ln(3 - \sqrt{x+7})$ e) $\sqrt{\ln \dfrac{5x - x^2}{4}}$ d) $y = \sqrt{|x-1| - x}$

84. Bestimmen Sie

a) $f(x-1)$, $f(x)-1, -f(x), f(-x), 2f(x), f(2x)$, wenn $f(x) = x\sqrt{x+1}$ ist,

b) $f[f(x)], g[f(2)], f[g(x)], g[\pi f(2)]$, wenn $f(x) = x^3 - x$ und $g(x) = \sin 2x$ sind!

85. Welche Funktionen sind gerade bzw. ungerade?

a) $f(x) = x \cdot \sin x$ b) $f(x) = x^2 \cdot \sin x$ c) $f(x) = x + \sin 2x$

d) $f(x) = x(e^x + e^{-x})$ e) $f(x) = \ln \dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ f) $f(x) = \ln \dfrac{4+x}{4-x}$

86. Sind folgende Funktionen $y = f(x)$ periodisch? Wenn ja, bestimmen Sie die kleinsten Periode p!

a) $y = \cos(2 - \pi x)$ b) $y = 3e^{\cos 4x}$

c) $y = \sinh(x + \sin x)$ d) $y = \ln(2\sin^2 x + 1)$

87. Skizzieren Sie die periodischen Funktionen:

a) $y = x^2 \quad \left(-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$ mit der Periode π

b) $y = 1 - 2|x| \quad (-1 \le x \le 1)$ mit der Periode 2

88. Welche der nachfolgenden Ausdrücke sind sinnvoll?

a) $\arcsin \frac{\pi}{3}$ b) $\cos^2 \frac{\pi}{12}$ c) $\arccos\left[\frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right)\right]$

d) $\tan^2(\arccos 0)$ e) $\arcsin(x^2 + x + 2)$ f) $\arcsin(\sin x + 1)$

89. Man vereinfache und skizziere!

a) $y = f(x) = \arcsin(\sin x)$, $x \in [-\pi; \pi]$

b) $y = f(x) = \cos(\arcsin x)$, $x \in [-1; 1]$

90. Welche Ausdrücke sind definiert? Vereinfachen Sie diese!

a) $\operatorname{arsinh}\left(\frac{e}{2} - \frac{1}{2e}\right)$ b) $\operatorname{arsinh} 0$ c) $\operatorname{arcosh} 0$

d) $\operatorname{artanh} 0$ e) $\operatorname{artanh} \frac{e^2 - 1}{e^2 + 1}$

91. Geben Sie die Umkehrfunktionen an von:

a) $y = f(x) = \frac{x-2}{x+4} \quad , \quad x \neq -4$

b) $y = f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1} \quad , \quad x \geq 0$

c) $y = g(s) = \ln \sqrt{\frac{4s+3}{3s-2}} \quad , s > \frac{2}{3}$

d) $y = f(x) = \sin x \quad , \quad x \in \left[\frac{5}{2}\pi; \frac{7}{2}\pi\right]$

92. Man zerlege in Linearfaktoren und fertige eine Grobskizze der zugehörigen Graphen an !

a) $y = x^3 + x^2 - 8x - 12,$ $b)$ $y = x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4$

c) $y = (x^6 - 25x^4)(x^2 - 4)(x - 5)^3$

93. Ermitteln Sie Nullstellen, Pole, Lücken und Asymptoten der folgenden Funktionen und skizzieren Sie die zugehörigen Kurven!

a) $y = \frac{2}{x-1}$ b) $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ c) $y = \frac{2}{x^2+1}$

d) $y = \frac{4(x-2)}{(x+1)^2}$ e) $y = \frac{2x^2+4}{4-x^2}$ f) $y = \frac{x^4-1}{x}$

g) $y = \frac{x(x-1)^2}{(x-1)(x+1)(x+2)}$ h) $y = \frac{x^4 - 8x^2 + 16}{(x^2 - 3x - 10)(x+1)}$

94. Man berechne die Grenzwerte der folgenden Funktionen:

a) $\lim\limits_{x \to -0} e^{1/x}$ b) $\lim\limits_{x \to +0} e^{1/x}$ c) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$

d) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 5x}{x}$ e) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2 + x - 3x^3}{4 + x^2 + 6x^3}$ f) $\lim\limits_{x \to 3} \left(\frac{4}{x-3} - \frac{3}{x^2-9}\right)$

95. Ermitteln Sie die Unstetigkeitsstellen und skizzieren Sie die Bilder der Funktionen:

a) $y = \frac{1}{1 + 4^{1/x}}$ b) $y = \frac{x^3 - x^2}{2|x-1|}$

c) $y = \arctan \frac{5}{5-x}$ d) $f(x) = \begin{cases} |x-1| & \text{für} \quad |x| < 2 \\ 2 & \text{für} \quad |x| = 2 \\ 3 & \text{für} \quad |x| > 2 \end{cases}$