

**Zulassungsklausur
im Fach Mathematik III für Ingenieure**

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner, 2 Seiten Formelskript.

Hinweis: Gewertet werden nur Aufgaben, deren Lösungsweg nachvollziehbar ist.

1. Gegeben ist die Funktion

$$z = f(x, y) = 4 \ln \sqrt{y - x - 2} + 2y \sqrt{4 - x^2 - y}.$$

- (a) Skizzieren Sie den Definitionsbereich dieser Funktion und erfassen Sie diesen durch Ungleichungen!
 - (b) In welcher Richtung steigt diese Fläche im Punkt $P_0(0; 3; z_0)$ am stärksten an?
 - (c) Ermitteln Sie die Gleichung der Tangentialebene mit dem Berührungspunkt $P_0(0; 3; z_0)$! Hinweis: $z_0 = f(0, 3)$
2. Die magnetische Feldstärke im Mittelpunkt einer zylinderischen Spule mit 1000 Windungen und der Länge l , dem Radius r und der Stromstärke I beträgt

$$H = H(I, l, r) = \frac{1000I}{l} \left(2 - \frac{2r^2}{l^2} \right).$$

Bestimmen Sie näherungsweise mit Hilfe des totalen Differentials den absoluten und relativen Fehler bei der Berechnung von H , wenn $l = (20 \pm 0, 01)$ cm ; $r = (2 \pm 0, 01)$ cm ; $I = (1 \pm 0, 03)$ A gemessen wurden!

3. Gesucht sind die relativen Extrema von

$$z = f(x, y) = (x^2 - 2x + 2)y^3 - 8y^2 + 5y + 20.$$

4. Von dem homogenen Körper ($\rho = 1$), der von den Flächen $z = 0$ und $z = 1 - x^2 - y^2$ begrenzt wird, ist das Trägheitsmoment

$$I_z = \iiint_B (x^2 + y^2) \rho(x, y, z) dx dy dz$$

bestimmen.

5. Berechnen Sie das Linienintegral

$$\int_{A(0;4)}^{E(2;0)} (x + 4y)dx + (x + e^{y-4})dy$$

längs der Kurve $\vec{r}(t) = t\vec{e}_1 + (4 - t^2)\vec{e}_2$!

6. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\left(y - \frac{\sin^2 y}{x^2}\right) dx + \left(x + \frac{\sin 2y}{x} + \frac{1}{2y}\right) dy = 0$$

eine exakte Differentialgleichung ist und ermitteln Sie die allgemeine Lösung! Hinweis: $\sin 2y = 2 \sin y \cos y$