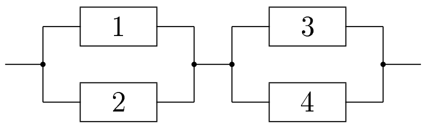
**Leistungskontrolle vom 30.05.2008 zum Erwerb des Übungsscheines für die LV** *Stochastik für Ingenieure*

1. (7 Punkte) Ein System bestehe aus den Bauelementen 1, 2, 3 und 4. Die Bauelemente arbeiten bzw. fallen unabhängig voneinander aus, d. h. fällt ein Bauelement aus, so hat dies keinen Einfluss auf die störungsfreie Arbeit der anderen Bauelemente. Die Bauelemente bilden folgendes System:

   System $S$: Reihen-Parallelschaltung

   Mit den Ereignissen $B = \{\textit{Das System } S \textit{ arbeitet.}\}$ und $A_k = \{\textit{Das Bauelement } k \textit{ arbeitet.}\}$ für $k = 1, 2, 3, 4$ sollen die Ereignisgleichungen für $B$ und $\overline{B}$ aufgestellt werden.

   Mit $p_k = P(\overline{A}_k)$ wird die Ausfallwahrscheinlichkeit für das $k$-te Bauteil, $k = 1, 2, 3, 4$, bezeichnet. Es seien $p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.3$ sowie $p_4 = 0.2$ Die Zuverlässigkeit für das angegebe System $S$ soll berechnet werden, d.h. mit welcher Wahrscheinlichkeit arbeitet das System $S$?

2. (7 Punkte) Bei der Herstellung von Spezialschrauben treten folgende zwei Fehler $F_1$: *Schraube besitzt falsche Länge* bzw. $F_2$: *Schraube hat defektes Gewinde* unabhängig voneinander mit den Wahrscheinlichkeiten $P(F_1) = 0.075$ bzw. $P(F_2) = 0.027$ auf. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass bei der Produktion

   a) eine fehlerhafte Schraube entsteht,

   b) ein Schraube genau nur einen Fehler aufweist.

   c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man unter 50 der Produktion zufällig entnommenen Schrauben mindestens eine unbrauchbare Schraube? **Hinweis:** Man runde die Fehlerwahrscheinlichkeit $p$ aus a) auf drei Stellen nach dem Komma oder rechne, falls Sie a) nicht lösen konnten, mit $p = 0.1$.

3. (7 Punkte) Es sei $X$ eine stetige Zufallsgröße mit der Dichtefunktion

   $$f_X(t) = \begin{cases} \frac{1}{10}t - \frac{3}{20} & 2 \le t \le 6 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

   a) Zeigen Sie, dass $f_X(t)$ eine Dichtefunktion ist.
   b) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion $F_X(x)$.
   c) Berechnen Sie $P(X \le 4)$, $P(X = 3)$ , $P(3 < X \le 4$ und $P(X \ge 3 | X \le 4)$ sowie den Erwartungswert $EX$.

4. (7 Punkte) Ein Automat fertigt Teile, deren Länge $X$ eine normalverteilte Zufallsgröße mit $\mu = 40\,mm$ und $\sigma = 0.5\,mm$ ist.

   Der Toleranzbereich sei $[38.8\,mm ; 41.0\,mm]$.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein gefertigtes Stück normgerecht ist?
   (b) Wie viel Prozent der gefertigten Teile sind mindestens $41,5\,mm$ lang?
   (c) Für welchen Wert $c$ gilt $P(|X - \mu| < c) = 0.95$?