

**Lösung zu: Übung Nr. 1 zur Algorithmische Mathematik I  
Wintersemester 2019/2020**

**Aufgabe 1.1:**

Wir wandeln das Experiment zur Größenbestimmung ab: ich stehe auf einem Hochhaus der Höhe  $H = 50\text{m}$  und lasse den Ball von Kopfhöhe, d.h.  $H + h$ , fallen und messe die Zeit  $t$ , bis der Ball auf dem Boden ankommt, d.h. die Strecke  $H + h = \frac{1}{2}gt^2$  zurückgelegt hat.

a) Man berechne die exakte Zeit bei einer angenommenen Größe von  $h = 1.8\text{m}$ .

---

Bei  $H + h = 51.8$  gilt

$$51.8 = \frac{g}{2}t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \sqrt{2 \cdot 51.8/g} \approx 3.25\text{s}.$$

b) Man berechne die Konditionszahl der Höhenberechnung zu dieser exakt ermittelten Zeit. Mit welcher Fehlerverstärkung muss gerechnet werden?

---

Die Konditionszahl berechnet sich bei

$$h(t) = \frac{g}{2}t^2 - 50$$

als

$$\kappa(t) = h'(t) \frac{t}{h(t)} = \frac{2gt^2}{gt^2 - 100}$$

An der Stelle  $t \approx 3.25\text{s}$  gilt

$$\kappa(3.25) \approx 58.$$

Es ist also mit einer fast 60-fachen Verstärkung der Eingabefehler zu rechnen. Dieses Experiment ist somit noch schlechter geeignet. Physikalisch lässt sich das Ergebnis gut erklären: nach einem Fall von  $50 + h$  Metern hat der Ball eine sehr hohe Geschwindigkeit, viel höher, als wenn er nur von Kopfhöhe  $h$  fällt. D.h., der gleiche absolute Fehler in der Zeitmessung  $\delta t$  hat bei dieser hohen Geschwindigkeit eine viel größere Auswirkung. Da die zurückgelegte Strecke beim freien Fall quadratisch mit der Zeit wächst wird der Effekt immer größer, je weiter der Ball fällt.

## Programmieraufgabe 1.2: 4

Man erstelle ein Python-Programm zur Bestimmung der Maschinengenauigkeit und gebe diese an.

```
1 # Die Variable eps soll die Maschinengenauigkeit sein
2 # wir starten mit einem grossen Wert, eps = 1 und reduzieren
3 # eps solange, bis 1 und (1+eps) nicht mehr unterschieden werden
4 # können. Dann hat eps einen Wert der kleiner ist als die
5 # Maschinengenauigkeit.
6 eps = 1 # startwert
7 while 1+eps > eps: # solange Werte noch unterschiedlich sind
8     eps = eps*0.1 # faktor 10 kleiner
9 print('Die Maschinengenauigkeit liegt zwischen',eps,'und',10*eps)
```

Mögliche Varianten

- Man könnte eps immer um den Faktor 2 reduzieren. Dann bekommt man eine bessere Schätzung der Maschinengenauigkeit.
- Da die Maschinengenauigkeit eigentlich der maximale relative Darstellungsfehler für **alle** Zahlen ist, könnte man nicht an der Stelle 1 testen sonder allgemein

```
1 test = 123.456
2 eps = test
3 while test+eps > test:
4     eps = eps * 0.1
5 print('Die Maschinengenauigkeit liegt zwischen',eps/test,'und',10*
    ↪ eps/test)
```

**Abgabe** der Übungen bis Freitag nach Ausgabe per Mail an [algomath@ovgu.de](mailto:algomath@ovgu.de).

Nur eine Abgabe der Übungen pro (5er-7er) Gruppe. Jede Gruppe hat eine wöchentliche Videokonferenz mit Gozel Judakova. Pro Woche wird die praktische Übungsaufgabe von einem/r anderen Teilnehmer/in der Gruppe vorgestellt.

Abgabe der Kurzfragen bis jeweils Freitag nach Ausgabe per Mail an [algomath@ovgu.de](mailto:algomath@ovgu.de). Abgabe dieser Kurzfragen bei Möglichkeit in festen 2er Gruppen.

Die Anforderungen an den Leistungserwerb sind erfüllt, wenn im Laufe des Semesters die Hälfte der Kurzfragen korrekt beantwortet werden und wenn mindestens einmal eine Präsentation der Programmierübung in den Videokonferenzen erfolgt ist. Teilnehmer/Innen, die in diesem Semester technische Probleme bei der Bearbeitungen mit den Programmierübungen habe, bitte ich um kurze Nachricht ([thomas.richter@ovgu.de](mailto:thomas.richter@ovgu.de)). Wir finden dann eine individuelle Lösung.