

Analysis 1

AS, BB, LA, MathIng und Physik
Wintersemester 2021/2022

12. Übung

Aufgabe 1 (8 Punkte). Bestimmen Sie die folgenden (eventuell uneigentlichen) Grenzwerte, sofern sie existieren:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 2x - 4}{x - 1},$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(x)}{x},$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|},$

(d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1} \quad n \in \mathbb{N}.$

Aufgabe 2 (4 + 4 Punkte). In welchen Punkten $a \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und in welchen nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a)

$$f(x) := \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases},$$

(b)

$$f(x) := \begin{cases} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}.$$

Hinweis: Sie dürfen in (a) verwenden, dass $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) = 1, k \in \mathbb{N}.$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, sofern sie existieren:

(a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x + 9}{x^2 - 9},$

(b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x + 9}{x^2 - 9},$

$$(c) \lim_{x \searrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt{x}},$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt{x}}.$$

Aufgabe 4. In welchen Punkten $a \in D$ sind die folgenden Funktionen $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und in welchen nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(b) $D = \mathbb{R}$

$$f(x) := \sin\left(\frac{1}{x}\right),$$

$$f(x) := \begin{cases} x(1-x), & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases},$$

Die gekennzeichneten Aufgaben sind bis zum 21.01.2022 13:00 Uhr, unter elearning.ovgu.de, abzugeben. Die anderen Aufgaben werden in den Übungen besprochen.

Die Lösungswege sind nachvollziehbar und lesbar darzustellen. Insbesondere müssen verwendete Aussagen der Vorlesung entsprechend gekennzeichnet werden.