Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. G. Warnecke, Dipl.-Math. Ferdinand Thein

28. Juni 2018

Einführung in die Numerik

Sommersemester 2018

Zusatz

Aufgabe 1 (5 Punkte)**.** Von einer Quadraturformel

$$I(f) \approx (b-a)\sum_{k=0}^{4} \sigma_k f(x_k)$$

zum Intervall $[a,b] = [0,4]$ ist bekannt, dass $x_0 = 0$ und $\sigma_0 = 1/8$. Bestimmen Sie x_1, x_2, x_3, x_4 sowie $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ derart, dass die resultierende Quadraturformel symmetrisch und der Grad der Polynome welche exakt integriert werden möglichst hoch ist. Warum hat die Quadraturformel nicht den gleichen Exaktheitsgrad wie die Formel von Blatt 11, Aufgabe 3?

Aufgabe 2 (5 Punkte)**.** Es soll die komplexwertige Funktion

$$f(z) = z^3 - 1, z \in \mathbb{C}$$

betrachtet werden. Die Nullstellen der Funktion sind gerade die Einheitswurzeln. Für verschiedene Startwerte soll die Konvergenz des Newton-Verfahrens für $f(z) = 0$ untersucht werden.

(i) Geben Sie das Newton-Verfahren für diese Funktion an.
Hinweis: Nutzen Sie hierfür die Polardarstellung der komplexen Zahlen.

(ii) Führen Sie das Newton-Verfahren aus und wählen Sie als Startwerte die Punkte des Gitters in $[-2,2]^2 \subset \mathbb{R}^2$ mit der Schrittweite $h = 1/100$.

(iii) Abhängig von der ermittelten Nullstelle, weisen Sie der Koordinate des Startwertes eine Farbe zu.
Hinweis: Führen Sie das Newton-Verfahren für eine Toleranz $tol = 10^{-5}$ aus und ermitteln Sie die Nullstelle mit dem geringsten Abstand zur Nährung.

(iv) Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar.

(Die Aufgaben sind am 05. Juli 2018 vorzustellen bzw. abzugeben.)