Maximilian Merkert und Clemens Zeile
Wintersemester 2020/2021

Einführung in die Mathematische Optimierung – Blatt 6

Abgabe bis 8.12., Präsentation am 15.12.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Löse das folgende Optimierungsproblem mit der Simplex-Algorithmus mit Blands Regel:

$$\begin{array}{lrrrrcr} \max & 2x_1 & +x_2 & +4x_3 & +x_4 & & \\ & 3x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +x_4 & = & 6 \\ & x_1 & +4x_2 & +x_3 & +2x_4 & = & 4 \\ & 2x_1 & +3x_2 & +x_3 & -x_4 & = & 6 \\ & & & & x & \in & \mathbb{R}^4_+ \end{array}$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$ nicht leer, abgeschlossen und konvex. Zeige, dass es zu jedem $x \in \mathbb{R}^n$ einen Punkt $p \in A$ mit $|p - x| = \operatorname{dist}(A, x)$ gibt und dass dieser Punkt eindeutig ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ abgeschlossen und konvex. Zeigen Sie Folgendes:

(a) Ist A oder B beschränkt, dann ist $A - B$ abgeschlossen.

(b) Es existieren Beispiele von unbeschränkten Mengen A und B, für welche $A - B$ nicht abgeschlossen ist.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Seien $A \subseteq \mathbb{R}^n$ konvexe Menge, $x \in \operatorname{int}(A)$ und $y \in \operatorname{cl}(A)$. Zeige, dass dann $[x, y) \subseteq \operatorname{int}(A)$ gilt.

Hinweis: Betrachte dazu Verbindungsstrecken zwischen geeigneten Bällen um x und y.