Maximilian Merkert und Clemens Zeile
Wintersemester 2020/2021

Einführung in die Mathematische Optimierung – Blatt 7

Abgabe bis 15.12., Präsentation am 22.12.

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

Zeige, dass abgeschlossene konvexe Mengen A und B existieren, die

(a) eine strikte Trennungshyperebene besitzen aber keine starke.

(b) eine echte Trennungshyperebene besitzen aber keine strikte.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $C \neq \emptyset$ ein abgeschlossener konvexer Kegel in $\mathbb{R}^n$ und $x \in \mathbb{R}^n \setminus C$. Zeige, dass es einen Vektor $u \in \mathbb{R}^n$ mit $\langle u, c \rangle \geq 0$ für alle $c \in C$ und $\langle u, x \rangle < 0$ gibt.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Zeige, dass für

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 3}$$

das Ungleichungssystem $Ax = -\mathbb{1}_4$ mit $x \geq 0$ keine Lösung hat.

Aufgabe 4 (4+1+2 Punkte)

Ein Ölhändler produziert E5 und E10 Kraftstoff und fährt einen Gewinn von 15 bzw. 27 Euro pro Einheit ein. Der Händler hat 600 Einheiten Einheiten Bioethanol auf Lager und benötigt pro Einheit E5 genau 2 Einheiten davon, während er pro Einheit E10 genau 9 Einheiten benötigt. Der Aufwand pro Einheit E5 beträgt eine Mannstunde und pro Einheit E10 genau 9 Mannstunden. Bis zu 500 Mannstunden kann er für die zu planende Lieferung bereitstellen. Er hat zudem noch die Auflage, dass mindestens 10 % des produzierten Kraftstoffs auch E10 ist.

(a) Formuliere das Problem, einen Produktionsplan mit maximalem Gewinn zu bestimmen, als Lineares Programm (LP).

(b) Transformiere das LP in Standardform, d.h. nur mit Gleichungs- und Nichtnegativitätsbedingungen.

(c) Löse das Problem mit Hilfe der Simplex-Methode. Nutze als Startvektor denjenigen, bei dem nichts produziert wird.