

**Übung Nr. 2 zur Vorlesung Algorithmische Mathematik II  
Sommersemester 2020**

**Aufgabe 2.1:**

Wir betrachten das Distributivgesetz und seine Umsetzung auf dem Computer

$$f(x, y, z) = x(y + z) = xy + xz.$$

a) Man berechne die Konditionszahlen der Auswertung der Funktion  $f(\cdot)$  in Bezug auf  $x, y, z$ . Wann ist die Auswertung schlecht konditioniert?

*Hinweis: Eigentlich setzt die Konditionsanalyse von Funktionen  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  die Differentialrechnung in höheren Dimensionen voraus. Dies ist Inhalt der Analysis II. Die Definition ist hier aber einfach. Die Konditionszahl in Bezug auf Fehler in  $x$  ist definiert als*

$$\kappa_x = \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \frac{x}{f(x, y, z)}$$

Entsprechend ist

$$\kappa_y = \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} \frac{y}{f(x, y, z)}$$

*D.h., wir betrachten z.B. bei  $\kappa_y$  nur  $y$  als Variable,  $x$  und  $z$  gelten als fest.*

b) Welche der beiden Varianten zur Auswertung ist stabiler

$$(i) \quad a_1 := y + z, \quad a_2 := xa_1, \quad (ii) \quad a_1 := xy, \quad a_2 := xz, \quad a_3 := a_1 + a_2.$$

Man nutze zur Begründung der Entscheidung die Vorwärtsanalyse.

## Programmieraufgabe 2.2:

Wir untersuchen die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin\left(\frac{1}{x^2 + \frac{1}{20}}\right).$$

**a) (keine Programmierung)** Man gebe eine Abschätzung für ein möglichst kleines Intervall  $[a, b]$  an, in dem sämtliche Nullstellen der Funktion liegen müssen.

**b)** Aufbauend auf der Intervallschachtelung (Algorithmus 6.2, Skript Version 24.04.2020) approximiere man sämtliche Nullstellen  $z_i$  der Funktion  $f(x)$ . Dabei gebe man die gefundenen Nullstellen mit einem Fehler von maximal  $10^{-4}$  an. Dies kann sichergestellt werden, wenn die verbleibende Intervallgröße  $|b - a|$  den Wert  $10^{-4}$  erreicht. Zur Wahl geeigneter Startwerte verwende man entweder eine graphische Darstellung oder man versuche, eine automatische Methode zu entwickeln.

---

**Abgabe** der Übungen bis Freitag nach Ausgabe per Mail an [algomath@ovgu.de](mailto:algomath@ovgu.de).

Nur eine Abgabe der Übungen pro (5er-7er) Gruppe. Jede Gruppe hat eine wöchentliche Videokonferenz mit Gozel Judakova. Pro Woche wird die praktische Übungsaufgabe von einem/r anderen Teilnehmer/in der Gruppe vorgestellt.

Abgabe der Kurzfragen bis jeweils Freitag nach Ausgabe per Mail an [algomath@ovgu.de](mailto:algomath@ovgu.de). Abgabe dieser Kurzfragen bei Möglichkeit in festen 2er Gruppen.

Die Anforderungen an den Leistungserwerb sind erfüllt, wenn im Laufe des Semesters die Hälfte der Kurzfragen korrekt beantwortet werden und wenn mindestens einmal eine Präsentation der Programmierübung in den Videokonferenzen erfolgt ist. Teilnehmer/Innen, die in diesem Semester technische Probleme bei der Bearbeitungen mit den Programmierübungen habe, bitte ich um kurze Nachricht ([thomas.richter@ovgu.de](mailto:thomas.richter@ovgu.de)). Wir finden dann eine individuelle Lösung.