Dr. Carmen Gräßle
MPI für Dynamik Komplexer Technischer Systeme Magdeburg
graessle@mpi-magdeburg.mpg.de
Prof. Dr. Thomas Richter
OVGU - Institut für Analysis und Numerik
thomas.richter@ovgu.de

18.05. bis 25.05.2020

Exercises "Numerical Methods in Fluid Mechanics"
Summer 2020 - Blatt 4

Thema der letzten Woche zur Theorie ist die volle (nichtlineare) Navier-Stokes Gleichung. Hier gehen zum Teil Resultate der Stokes Gleichung ein. Das Geschwindigkeitsproblem müssen wir nicht neu aufrollen, zentral ist die Geschwindigkeit.

Lesen Sie Abschnitt *2.2.1 The stationary Navier-Stokes equations* und beantworten Sie die folgenden Fragen:

1. Warum ist die Analyse so viel einfacher, wenn wir davon ausgehen, dass es nur Dirichlet-Rand gibt? Warum war dies bei den Stokes Gleichungen kein Problem?

2. Angenommen, $u, v, w \in H_0^1(\Omega)$. Warum ist der Ausdruck

$$\big((u \cdot \nabla)v, w\big)$$

   überhaupt beschränkt? Die Frage hat den folgenden Hintergrund: das Produkt von drei L^2-Funktionen ist nicht in L^1, d.h. nicht integrierbar.

3. Was ist der Grundansatz vom Beweis zu Theorem 2.35?

4. Warum hilft es, sich Probleme in einem endlich dimensionalen Raum anzusehen?

5. Der Beweis wird mit dem Brower'schen Fixpunktsatz geführt. Warum kann nicht der Banach'sche Fixpunktsatz verwendet werden, der doch gleich die Eindeutigkeit liefert? Es wird doch das meinste für seine Anwendung gezeigt? Was fehlt?

6. Angenommen, man würde direkt den Banachschen Fixpunktsatz verwenden. Wird dann Schritt *(v.4)* wirklich überflüssig?

7. Was ist die Schwäche von Theorem 2.35 für die Anwendung?

Der instationäre Fall Man überfliege (das nicht sehr ausführliche) Kapitel *2.2.2 The non-stationary Navier-Stokes equation* und beantworte die folgende Frage: *was wäre ein allgemeiner Beweis Wert?*

Abgabe bis nächsten Freitag (einschließlich).